

2do material de estudio GEOMETRÍA PRE 2024-1

Elementos de geometría del espacio

01. Indique el valor de verdad de cada proposición:

- I. Todas las rectas contenidas en un semiplano son paralelas entre sí.
- II. Si una recta L que no está contenida en un plano H es perpendicular a infinitas rectas del plano H , entonces la recta L es perpendicular al plano H .
- III. Si dos rectas L_1 y L_2 son cruzadas y un punto P que no pertenece a las rectas cruzadas, entonces por el punto P siempre se traza un plano paralelo a las rectas cruzadas L_1 y L_2 .

- A) VVV B) VFF C) FFV
D) VFV E) FVF

02. Indique el valor de verdad de cada proposición:

- I. Dos planos paralelos a un tercer plano, son paralelos entre sí.
- II. Dos planos perpendiculares a un tercer plano, son paralelos entre sí.
- III. La intersección de dos planos es un conjunto convexo.

- A) VVV B) VFV C) VVF
D) VFF E) FFF

03. Indique el valor de verdad de cada proposición:

- I. Si dos planos tienen dos puntos en común, entonces dichos planos son secantes.
- II. Si una recta L no está contenida en un plano P y es paralela a la recta L_1 , contenida en el plano P , entonces la recta L es paralela a infinitas rectas contenidas en el plano P .
- III. La intersección de tres planos secantes dos a dos puede ser un punto.

- A) VVV B) VFV C) FVV
D) FFF E) VFF

04. Indique el valor de verdad de cada proposición:

- I. Cuatro puntos determinan un máximo de cuatro planos.
- II. Una recta y un punto siempre determinan un plano.
- III. Tres puntos determinan un plano.
- IV. Si tres puntos son coplanares entonces no es posible trazar otro plano que los contenga.

- A) FFFF B) VFFF C) FVFV
D) FFVV E) FVVF

05. ¿Cuáles de las siguientes proposiciones son verdaderas?

- I. Dos rectas paralelas a un plano, son paralelas entre sí.
- II. Toda recta exterior a un plano y paralela a una recta contenida en el plano, es paralela a dicho plano.
- III. Si una recta es paralela a un plano, entonces es paralela a cualquier recta del plano.

- A) Solo I B) Solo II C) I y II
D) I y III E) Solo III

06. Indique el valor de verdad de cada proposición:

- I. Si L es una recta y P un plano, entonces siempre existe otro plano paralelo a P y que contiene a L .
- II. Dos planos paralelos a una recta, son paralelos entre sí.
- III. Si dos rectas son cruzadas, entonces por una de ellas puede pasar un único plano paralelo a la otra recta.

- A) FFV B) FFF C) FVV
D) VFV E) VFF

07. Indique el valor de verdad de cada proposición:

- I. Si las rectas L_1 y L_2 son paralelas a un plano P , entonces L_1 y L_2 son paralelas entre sí.
- II. Si una recta es perpendicular a un plano, entonces es perpendicular a cualquier recta contenida en el plano.
- III. Si dos rectas determinan ángulos congruentes con un plano, entonces las rectas son paralelas.

- A) VFF B) VVF C) FVF
D) FFV E) FVV

08. Indique el valor de verdad de cada proposición:

- I. Toda recta perpendicular a dos rectas de un plano, es perpendicular al plano.
- II. Si un plano P es secante a dos planos paralelos P_1 y P_2 , entonces las intersecciones son rectas paralelas.
- III. Todo plano perpendicular a dos planos secantes, es perpendicular a la intersección de dichos planos.

- A) VVV B) FVV C) VFV
D) FFF E) FVF

09. Los segmentos $\overline{AB}$ y $\overline{CD}$ están contenidos en dos cruzadas y ortogonales. Si $AB = a$ y $CD = b$, entonces la longitud del segmento que tiene por extremos los puntos medios de $\overline{BD}$ y $\overline{AC}$ es

- A) $\sqrt{a^2 + b^2}$ B) $\frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2}$
C) $\frac{1}{3}\sqrt{a^2 + b^2}$ D) $\sqrt{ab}$
E) $\frac{1}{4}\sqrt{a^2 + b^2}$

10. En un triángulo rectángulo ABC recto en B , por el vértice A se traza $\overline{AD}$ perpendicular al plano que contiene al triángulo ABC y en $\overline{BC}$ se ubica el punto medio M . Si $AB = 6$ u, $BC = 8$ u y $AD = 2\sqrt{5}$ u, entonces la medida del ángulo entre las rectas cruzadas AB y DM es

- A) 15 B) 30 C) 45
D) 60 E) 75

11. Por el vértice B de un cuadrado $ABCD$, se traza la perpendicular $\overline{BH}$ al plano que lo contiene, el punto E pertenece al lado $\overline{AB}$, tal que los ángulos EBH y BHD son complementarios. Si $BH = \ell$, entonces el área de la región EBD es

- A) ℓ^2 B) $\frac{\ell^2}{2}$
C) $\ell^2\sqrt{2}$ D) $\frac{\ell^2\sqrt{2}}{2}$
E) $\frac{\ell^2\sqrt{2}}{4}$

12. En un cuadrado ABCD, contenido en un plano P, M es punto medio de $\overline{CD}$ y R es un punto exterior a P tal que $\overline{BR} \perp P$. Si $AB = BR = \sqrt{5} u$, entonces la distancia (en u) de R a $\overline{AM}$ es

- A) 2 B) 3 C) $2\sqrt{5}$
D) $3\sqrt{2}$ E) 6

13. En un plano H, se traza el triángulo equilátero ABC, por el vértice A se traza $\overline{AP}$ perpendicular al plano H. Si $AP = AB$, entonces la medida del ángulo que determinan $\overline{AB}$ y $\overline{PC}$ es

- A) $\arccos\left(\frac{\sqrt{2}}{4}\right)$ B) $\arccos\left(\frac{1}{3}\right)$
C) $\arccos\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)$ D) $\arccos\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$
E) $\frac{\pi}{4}$

14. En el lado $\overline{CD}$ de un cuadrado ABCD, se ubica el punto Q y se traza $\overline{BP}$ perpendicular al plano que contiene al cuadrado tal que $\overline{DQ} \cong \overline{QC}$ y $\overline{BP} \cong \overline{AB}$. Calcule la medida del ángulo entre $\overline{AP}$ y $\overline{BQ}$.

- A) $\arccos\left(\frac{\sqrt{10}}{10}\right)$
B) $\arccos\left(\frac{\sqrt{10}}{5}\right)$
C) $\arccos\left(\frac{\sqrt{10}}{5}\right)$
D) $\arccos\left(\frac{\sqrt{5}}{5}\right)$
E) $\arccos\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)$

15. En un triángulo rectángulo ABC, los catetos $\overline{AB}$ y $\overline{AC}$ miden 12 u y 16 u respectivamente, por el incentro I del triángulo se traza $\overline{IH}$ perpendicular al plano que contiene al triángulo. Si $IH = 6 u$, entonces la longitud (en u) de $\overline{HC}$ es

- A) 7 B) 10 C) 12
D) 14 E) 16

16. Los triángulos ABC y ABD rectos ambos en B están contenidos en planos secantes tal que el área de la región triangular CBD es máximo. Si $m\angle ADB = 45$, $m\angle ACB = 30$ y $AB = 6 u$, entonces la distancia (en u) entre los puntos medios de $\overline{AD}$ y $\overline{AC}$ es

- A) 3 B) 4 C) 6
D) 7 E) 8

17. Dos segmentos $\overline{AB}$ y $\overline{CD}$ cruzados son ortogonales. Si $AB = 4 u$ y $CD = 6 u$, entonces la longitud (en u) del segmento que une los puntos medios de $\overline{AC}$ y $\overline{BD}$ es

- A) $\sqrt{13}$ B) $2\sqrt{6}$ C) 5
D) $3\sqrt{6}$ E) 10

18. En un triángulo isósceles ABC, el ángulo ABC mide 120, se trazan $\overline{AD}$, $\overline{BE}$ y $\overline{CF}$ perpendiculares al plano ABC tal que $BE = 2(AD) = 2(CF) = 2(BC)$. Calcule la medida del ángulo entre $\overline{BD}$ y $\overline{EF}$.

- A) $\cos^{-1}\left(-\frac{1}{5}\right)$ B) $\cos^{-1}\left(-\frac{3}{5}\right)$
C) $\cos^{-1}\left(-\frac{4}{5}\right)$ D) $\cos^{-1}\left(-\frac{3}{4}\right)$
E) $\cos^{-1}\left(-\frac{2}{5}\right)$

19. En un plano H se trazan la circunferencia de diámetro $\overline{MN}$ y $\overline{MS}$ perpendicular al plano H , en el arco MN se ubica el punto P y en $\overline{SN}$ y $\overline{SP}$ los puntos Q y R tal que $\overline{MQ} \perp \overline{SN}$ y $\overline{MR} \perp \overline{SP}$.

Indique el valor de verdad de cada proposición:

- I. $\overline{PN}$ es perpendicular al plano PMS .
- II. El cuadrilátero $PRQN$ es inscriptible a una circunferencia.
- III. $\overline{MR}$ es perpendicular al plano SRQ .

- A) VVF B) FVF C) FVF
D) VVV E) FFV

20. En un plano P , se traza el ángulo BAC que mide 60° ; exterior a P se ubica el punto S tal que las distancias de S al vértice A y a los lados del ángulo son 25 cm, 20 cm y 7 cm. Calcule la distancia (en cm) de S a P

- A) $\sqrt{30}$ B) $\sqrt{32}$ C) $\sqrt{35}$
D) 6 E) $\sqrt{37}$

Distancia entre dos rectas cruzadas

21. Indique el valor de verdad de cada proposición:

- I. Las proyecciones ortogonales de dos rectas sobre un plano son rectas paralelas.
- II. Las proyecciones ortogonales de dos rectas paralelas a un plano son rectas paralelas.
- III. La proyección ortogonal de un segmento sobre una recta perpendicular a un plano es un punto.

- A) FVF B) FVV C) FFF
D) VVV E) VVF

22. Indique el valor de verdad de cada proposición:

- I. Si un segmento $\overline{AB}$ interseca a un plano, entonces la proyección ortogonal de $\overline{AB}$ sobre el plano puede ser un segmento.
- II. Si una línea poligonal plana es exterior a un plano, entonces la proyección ortogonal de la poligonal puede ser un segmento.
- III. El teorema de Thales en el espacio se demuestra con rectas equiparalelas.

- A) FVV B) VFV C) FVF
D) VFF E) VVF

23. Se tienen los puntos no coplanares A, B, C y D tal que $AB = BC = AC = a$ y $DA = DB = DC = a$, L_1 es la recta que contiene a los puntos medios de $\overline{AB}$ y $\overline{AD}$, y L_2 es la recta que contiene a los puntos medios de $\overline{DB}$ y $\overline{DC}$. Calcule la distancia entre las rectas L_1 y L_2 .

- A) $\frac{a\sqrt{6}}{6}$ B) $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ C) $\frac{a\sqrt{2}}{2}$
D) $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ E) $\frac{a\sqrt{2}}{3}$

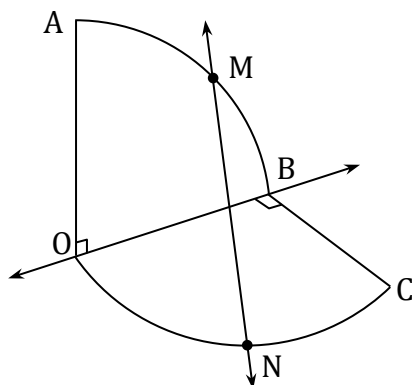
24. En un pentágono regular $ABCDE$, $\overline{AF}$ es perpendicular al plano P que contiene al pentágono, en $\overline{CD}$ se ubica el punto G tal que $\overline{FG} \perp \overline{CD}$. Si $BC = 2(FA)$, entonces la medida del ángulo entre $\overline{FG}$ y el plano P es

- A) 12° B) 14° C) 15°
D) 16° E) 18°

25. Un plano P y la recta L son perpendiculares, el lado $\overline{BC}$ de un paralelogramo $ABCD$ exterior al plano P es paralelo a L tal que $m\angle ADC = 60^\circ$ y $AD = 2(CD)$. Si las proyectantes de los vértices C y D sobre el plano miden 10 m y 6 m, entonces la longitud (en m) de la proyección ortogonal de $\overline{AD}$ sobre la recta L es

- A) 8 B) 10 C) 12
D) 14 E) 16

26. En la figura mostrada, O y B son centros de los arcos AMB y ONC contenidos en planos perpendiculares, M y N son puntos medios de los arcos $\widehat{AB}$ y $\widehat{OC}$. Si $AO = R$, entonces la distancia entre las rectas $\overleftrightarrow{OB}$ y $\overleftrightarrow{MN}$ es



- A) R B) $\frac{R}{2}$ C) $\frac{R}{3}$
D) $\frac{3R}{4}$ E) $\frac{R\sqrt{2}}{4}$

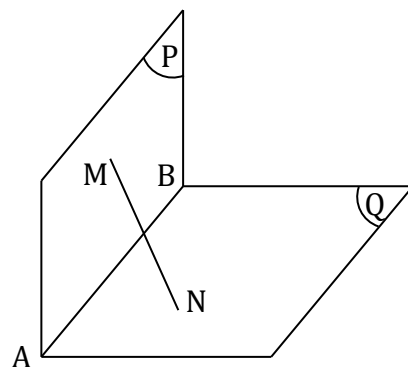
27. Dos rectas L_1 y L_2 son cruzadas, en L_1 se ubican los puntos A y C , y en L_2 el punto B tal que $\overline{AB}$ es perpendicular a ambas rectas y las distancias del punto C al punto B y L_2 son 26 u y $2\sqrt{61}$ u respectivamente. Si $AB = 10$ u, entonces la medida del ángulo entre las rectas L_1 y L_2 es

- A) 15 B) 30 C) 45
D) 60 E) 90

28. Las rectas L_1 y L_2 son cruzadas y ortogonales, en L_1 se ubican los puntos A y C , en L_2 se ubican los puntos B y D tal que $\overline{AB}$ es perpendicular a L_1 y L_2 . Si M punto medio de $\overline{CD}$ y $(AC)^2 + (AB)^2 + (BD)^2 = 72 u^2$, entonces la longitud (en u) de $\overline{AM}$ es

- A) $2\sqrt{2}$ B) $2\sqrt{3}$ C) $3\sqrt{2}$
D) $2\sqrt{5}$ E) $3\sqrt{5}$

29. En la figura mostrada, los planos P y Q son perpendiculares, $M \in P$ y $N \in Q$, la recta $\overleftrightarrow{MN}$ determina con los planos P y Q ángulos que miden 45° y 30° . Si $MN = L$, entonces la distancia entre $\overline{AB}$ y $\overleftrightarrow{MN}$ es



- A) $\frac{L}{2}$ B) $\frac{L}{4}$ C) $\frac{L\sqrt{3}}{2}$
D) $\frac{L\sqrt{3}}{3}$ E) $\frac{L\sqrt{6}}{6}$

30. En un triángulo rectángulo ABC , los catetos $\overline{AB}$ y $\overline{BC}$ miden 3 u y 8 u, se traza $\overline{AF}$ perpendicular al plano que contiene al triángulo ABC . Si $AF = 5\sqrt{3}$ u y M es punto medio de $\overline{BC}$, entonces la medida del ángulo que entre la recta $\overleftrightarrow{FM}$ y el plano ABC es

- A) 30 B) 37 C) 45
D) 60 E) 75

31. En un cuadrado ABCD, se traza $\overline{AP}$ la perpendicular al plano que contiene al cuadrado tal que $AP = AB = 6$ u. Si M y N son puntos que trisecan a $\overline{CP}$, entonces la longitud de la proyección de $\overline{MN}$ sobre $\overline{AD}$ (en u) es

- A) 1,5 B) 2 C) 2,5
D) 1,6 E) 2,4

32. Los cuadrados ABCD y ADEF están contenidos en planos perpendiculares y en $\overline{AB}$ y $\overline{BC}$ se ubican los puntos medios M y N. Si $AB = \ell$, entonces la distancia entre las rectas $\overline{MN}$ y $\overline{CF}$ es

- A) $\frac{\ell\sqrt{2}}{6}$ B) $\frac{\ell\sqrt{2}}{3}$ C) $\frac{\ell\sqrt{2}}{4}$
D) $\frac{\ell\sqrt{3}}{4}$ E) $\frac{\ell\sqrt{3}}{6}$

33. El hexágono regular ABCDEF de centro O, está contenido en el plano P, $\overline{OH}$ es perpendicular al plano P. Si $OH = 2\sqrt{6}$ u y $AB = 4$ u, entonces la distancia (en u) entre $\overline{AB}$ y $\overline{HE}$ es

- A) 4 B) $4\sqrt{3}$ C) $4\sqrt{6}$
D) $4\sqrt{5}$ E) $4\sqrt{2}$

34. En un cuadrado ABCD, $\overline{BP}$ es perpendicular al plano que contiene al cuadrado, en $\overline{BP}$, $\overline{AD}$ y $\overline{DC}$ se ubican los puntos medios M, N y Q respectivamente. Si $AB = MB = 2$ u, entonces la distancia (en u) entre las rectas $\overline{MN}$ y $\overline{PQ}$ es

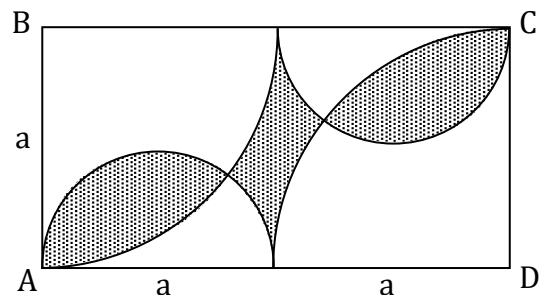
- A) 1 B) $\sqrt{2}$ C) $2\sqrt{2}$
D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) 2

35. Un triángulo equilátero ABC de longitud de lado ℓ está contenido en un plano P y $\overline{AF}$ es perpendicular al plano P. Si $AF = \ell$, entonces la distancia entre $\overline{AB}$ y $\overline{FC}$ es

- A) $\frac{\ell\sqrt{21}}{8}$ B) $\frac{\ell\sqrt{21}}{7}$ C) $\frac{\ell\sqrt{21}}{5}$
D) $\frac{\ell\sqrt{21}}{6}$ E) $\frac{\ell\sqrt{21}}{10}$

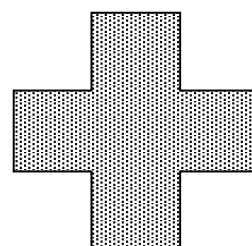
Razonamiento geométrico

36. Calcule el perímetro de la figura sombreada, si ABCD es un rectángulo.



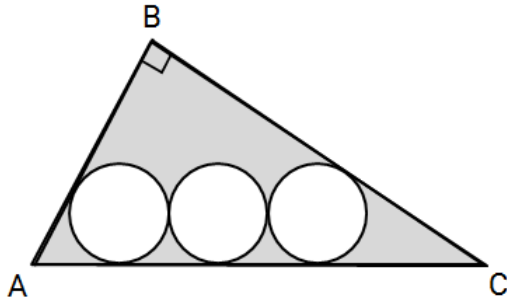
- A) πa B) $2\pi a$ C) $3\pi a$
D) $4\pi a$ E) $5\pi a$

37. El área de la cruz de la figura determinado por cuadrados congruentes es 80 m^2 . ¿Cuál es el perímetro de la cruz (en m)?.



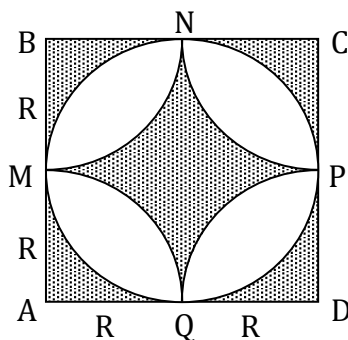
- A) 12 B) 18 C) 24
D) 36 E) 48

38. En la siguiente figura, $AB = 15$ u y $AC = 25$ u. Si las tres circunferencias son congruentes, entonces el perímetro (en u) aproximado de la región sombreada es



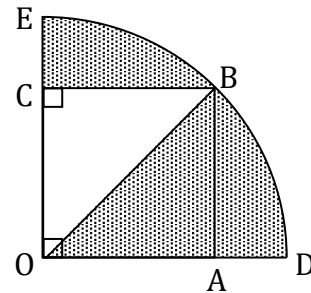
- A) $\frac{7}{3}(5\pi + 18)$ B) $\frac{8}{3}(5\pi + 18)$
C) $\frac{10}{3}(5\pi + 18)$ D) $\frac{11}{3}(5\pi + 18)$
E) $\frac{13}{3}(5\pi + 18)$

39. Calcule el perímetro de la región sombreada.



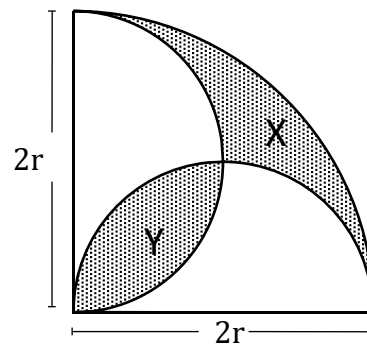
- A) $R(\pi + 2)$ B) $2R(\pi + 2)$
C) $8R$ D) $6R$
E) $4R(\pi + 2)$

40. Del gráfico. Si $OB = 4$ u y $EC = 1$ u, entonces el perímetro (en u) de la región sombreada es



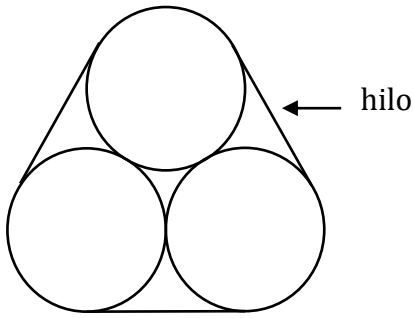
- A) $7 + \sqrt{7} + 2\pi$ B) $8 + \sqrt{7} + 2\pi$
C) $1 + \sqrt{7} + 2\pi$ D) $3 + \sqrt{7} + 2\pi$
E) $9 + \sqrt{7} + 2\pi$

41. En la figura, se muestran a un cuadrante y dos semicircunferencias. Calcule la relación de perímetros de las regiones sombreadas $\frac{X}{Y}$.



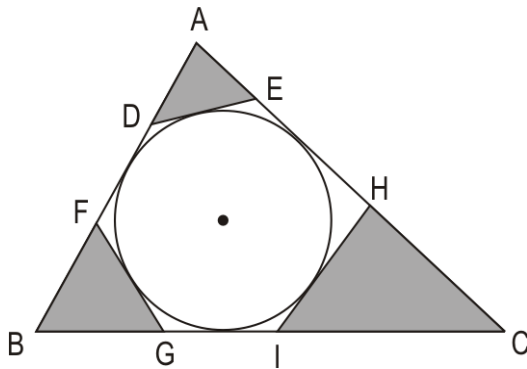
- A) 1 B) 2 C) $\frac{1}{2}$
D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{3}{2}$

42. En la figura, se muestra a tres cilindros congruentes. Calcule (en cm) la longitud necesaria del hilo, para atar los tres cilindros de 7 cm de longitud de radio. Asumir: $\pi = \frac{22}{7}$



- A) 86 B) 87 C) 88
D) 89 E) 90

43. En la figura, si los perímetros de los triángulos ADE; BFG y CHI: 3 u, 4 u y 5 u, respectivamente, entonces el perímetro (en u) del triángulo ABC es

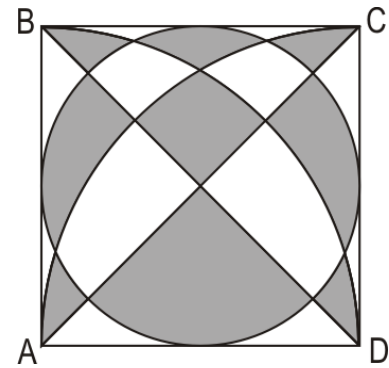


- A) 8 B) 9 C) 10
D) 11 E) 12

44. Calcule el perímetro (en u) del cuadrado ABCD, sabiendo que M es punto medio del lado $\overline{CD}$ y $AM = \sqrt{5}$ u.

- A) 4 B) 6 C) 8
D) 10 E) 12

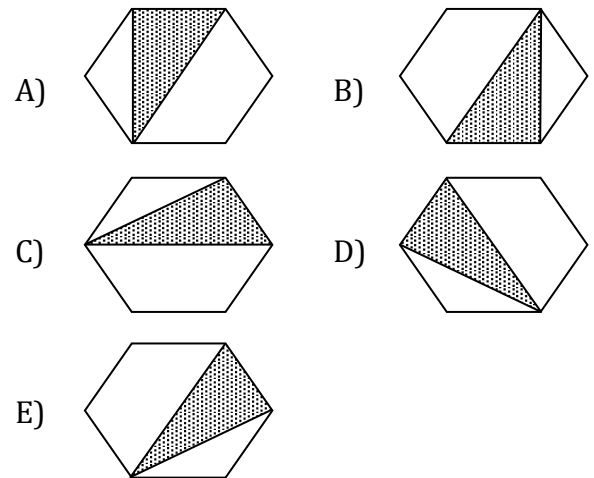
45. En la siguiente figura, ABCD es un cuadrado. Si $AB = 10$ cm, entonces el perímetro (en cm) de la región sombreada es



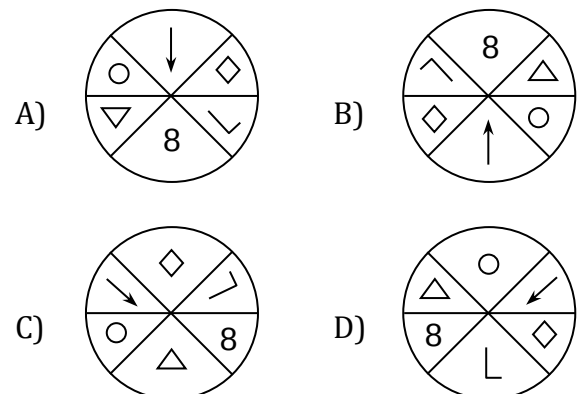
- A) $10(\sqrt{2} + \pi)$ B) $10(2\sqrt{2} + \pi)$
C) $20(\sqrt{2} + \pi)$ D) $10(\sqrt{3} + \pi)$
E) $20(\sqrt{3} + \pi)$

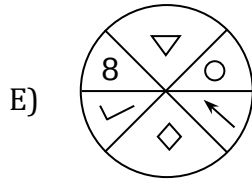
Distribución de figuras

46. Qué figura no tiene relación con las demás.

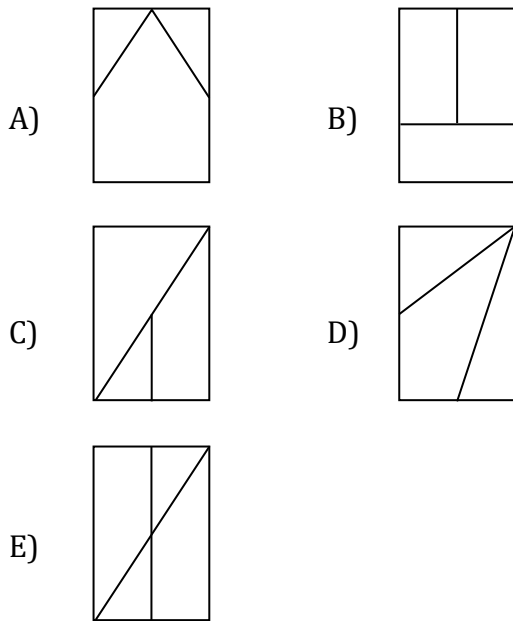


47. Indique la figura que no guarda relación con las otras.

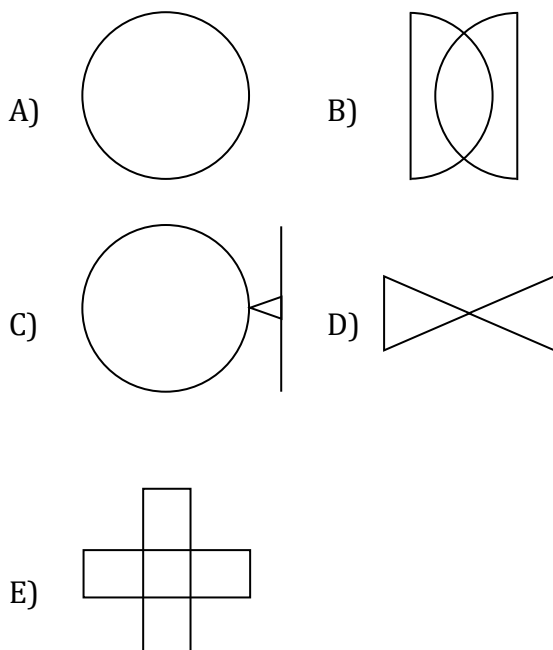




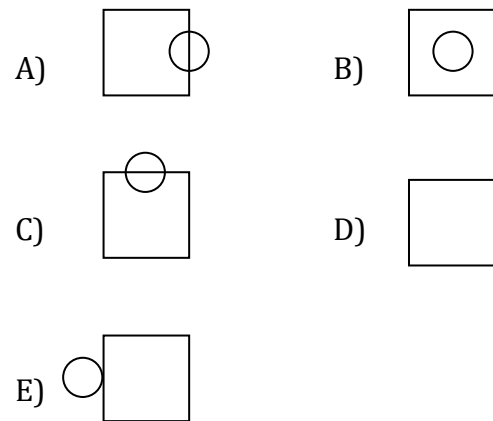
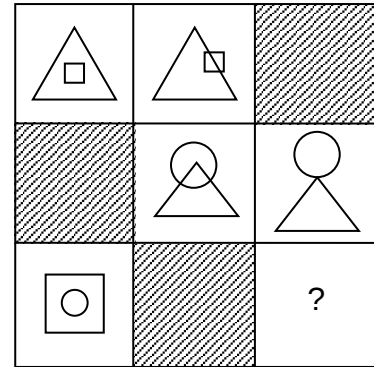
48. Determinar la figura que no guarda relación con las demás.



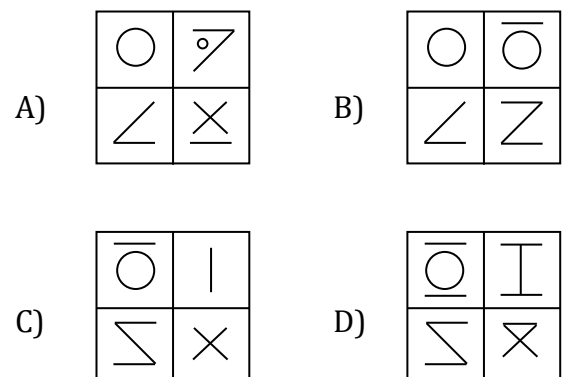
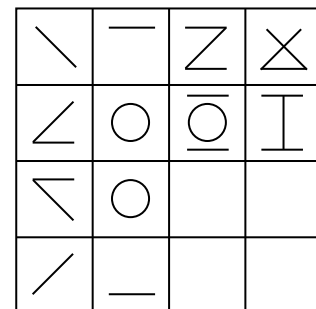
49. ¿Qué figura no guarda relación con las demás?

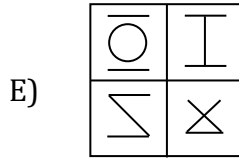


50. Completar:

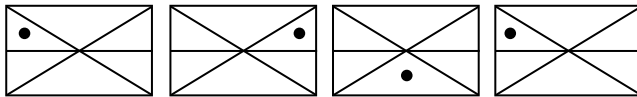


51. Indique la alternativa que mejor complete el cuadro.





52. Indique la figura correspondiente a la posición 200.

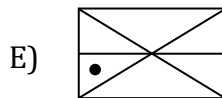
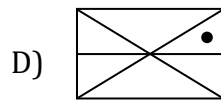
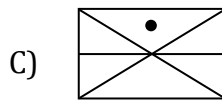
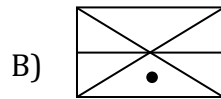
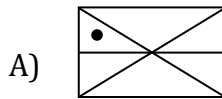


F₁

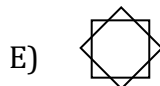
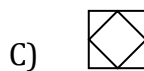
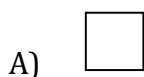
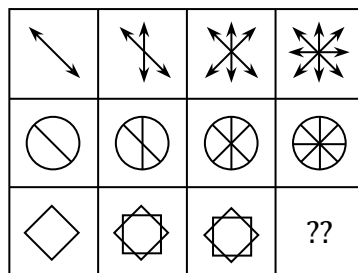
F₂

F₃

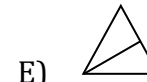
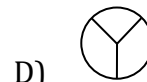
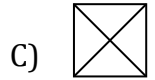
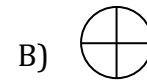
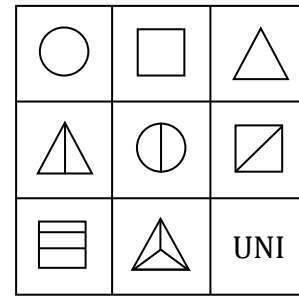
F₄



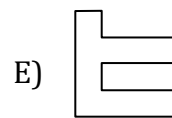
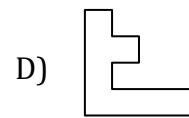
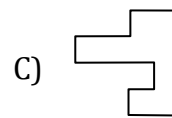
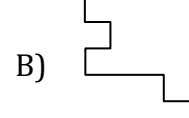
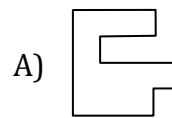
53. Indique la figura que corresponde al casillero con signo de interrogación.



54. Qué figura debe reemplazar a la palabra UNI.



55. ¿Qué figura no tiene la relación con las demás?



Ángulo diedro

56. Dos puntos A y B pertenecen a un ángulo diedro. ¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas?

- Toda recta que contiene a los puntos A y B, está contenida en el ángulo diedro.
- Una recta que contiene a los puntos A y B puede ser la arista del ángulo diedro.

III. Si A y B pertenecen a una cara del diedro, entonces la recta que los contiene es paralela a la arista del diedro.

- A) I y II B) Solo II C) II y III
D) Solo III E) Solo I

57. Indique el valor de verdad de cada proposición:

- I. Las caras de un diedro son regiones rectangulares.
II. La medida de un ángulo diedro es determinada por dos rectas perpendiculares a la arista del diedro.
III. Todo punto del interior de un diedro equidista de las caras.

- A) VVV B) FVF C) FVV
D) VFV E) FFF

58. Una hoja cuadrada ABCD se dobla a través de $\overline{BM}$ y $\overline{MC}$, siendo M un punto de $\overline{AD}$ y de modo que A y D coincidan en Q. Calcule la medida del diedro Q – BC – M.

- A) 30 B) 37 C) 45
D) 60 E) 75

59. El ángulo entre una recta $\overleftrightarrow{AB}$ y el plano P ($A \in P$) mide 30, el plano Q que contiene a la recta $\overleftrightarrow{AB}$ determina con el plano P un ángulo diedro que mide 45. Calcule la medida del ángulo determinado por la recta $\overleftrightarrow{AB}$ y la arista del ángulo diedro.

- A) 15 B) 22,5 C) 30
D) 45 E) 60

60. En una hoja rectangular de papel ABCD, M y N son puntos medios de $\overline{AD}$ y $\overline{BC}$, dicha hoja se dobla hasta determinar un ángulo diedro cuya arista es la recta $\overleftrightarrow{MN}$, luego se ubica en $\overline{AB}$ el punto medio E tal que $2(DE) = \ell\sqrt{3}$. Si $AB = \ell$ y $BC = 2\ell$, entonces la medida del ángulo diedro es

- A) $\cos^{-1}\left(\frac{1}{4}\right)$ B) $\cos^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)$ C) 45
D) $\cos^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)$ E) 60

61. En un plano H está contenido el triángulo rectángulo ABC recto en B, exterior al plano H se ubica el punto P tal que $PA = PB = PC$. Si la distancia del punto P al plano H es de 24 u y $AB = 14$ u, entonces el ángulo diedro cuya arista es la recta $\overleftrightarrow{BC}$ mide

- A) $\tan^{-1}\left(\frac{6}{7}\right)$ B) $\tan^{-1}\left(\frac{24}{7}\right)$ C) 60
D) $\tan^{-1}\left(\frac{12}{7}\right)$ E) 45

62. En un ángulo diedro, las distancias de un punto interior a las caras y a la arista, miden $4\sqrt{2}$ u, $4\sqrt{3}$ u y 8 u. Calcule la medida del ángulo diedro.

- A) 75 B) 90 C) 105
D) 135 E) 120

63. F es un punto exterior al plano del rombo ABCD y que equidista de sus cuatro vértices. Si $FA = 29$ u, $AC = 40$ u y $BD = 30$ u, entonces la medida del diedro F–CD–A, es

- A) $\tan^{-1}\left(\frac{7}{5}\right)$ B) $\tan^{-1}\left(\frac{7}{4}\right)$
C) $\tan^{-1}\left(\frac{4}{7}\right)$ D) $\tan^{-1}\left(\frac{3}{5}\right)$

E) $\tan^{-1}\left(\frac{3}{7}\right)$

64. En un cuadrado ABCD, $\overline{BP}$ es perpendicular al plano que contiene al cuadrado tal que $AB = BP$. Calcule la medida del ángulo diedro A-PD-C.

A) 90 B) 115 C) 120
D) 135 E) 150

65. En un triángulo isósceles ABC recto en B, la proyección ortogonal del vértice B sobre un plano H que sólo contiene al lado $\overline{AC}$ es el punto O tal que el ángulo AOC mide 120. ¿Cuál es la medida del ángulo diedro B-AC-O?

A) 37 B) 45
C) 60 D) $\arccos\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$
E) $\arctan(\sqrt{3})$

66. Un triángulo equilátero está contenido en una cara de un ángulo diedro, de modo que un lado del triángulo es paralelo a la arista del ángulo diedro. Si la proyección ortogonal del triángulo equilátero sobre la otra cara es un triángulo rectángulo, entonces la medida del ángulo diedro es

A) $\arccos\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)$
B) $\arccos\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$
C) $\arccos\left(\frac{\sqrt{2}}{4}\right)$
D) $\arccos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$
E) $\arccos\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right)$

67. En una de las caras de un ángulo diedro que mide 120, está contenido una región cuadrangular ABCD cuya área es $24 u^2$. ¿Cuál es el área (en u^2) de la proyección ortogonal de la región cuadrangular ABCD sobre el plano que contiene a la otra cara del ángulo diedro?

A) 8 B) 9 C) 12
D) 18 E) 20

68. Un cuadrado ABCD y una semicircunferencia de diámetro $\overline{BD}$ están situados en dos planos secantes, en el arco $\widehat{BD}$ se ubica el punto medio M y en el lado $\overline{CD}$ el punto P tal que $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{PM}$ son ortogonales. Si $DP = 3(PC)$, entonces la medida del ángulo diedro determinado por los planos secantes es

A) 30 B) 45 C) 60
D) 75 E) 90

69. En un ángulo diedro, un ángulo plano es tangente a una circunferencia de centro O, la recta que contiene al punto O interseca a las caras en los puntos P y Q, y determina con dichas caras ángulos complementarios.

Si $\frac{1}{(OP)^2} + \frac{1}{(OQ)^2} = \frac{1}{36} u^{-2}$, entonces la longitud (en u) del radio de la circunferencia es

A) 2 B) 3 C) 4
D) $3\sqrt{2}$ E) 6

Ángulo poliedro

70. Indique el valor de verdad de cada proposición:

- I. La suma de las medidas de las caras de un ángulo poliedro es menor que 360.
- II. Una recta secante a dos aristas de un ángulo poliedro, está contenido en una de sus caras.
- III. Las caras de un ángulo poliedro son regiones triangulares.

- A) VVV B) FVV C) FFF
D) FVF E) VVF

71. Indique el valor de verdad de cada proposición:

- I. En algún ángulo poliedro todas las aristas están contenidas en el exterior de un mismo semiespacio determinado por un plano que contiene al vértice.
- II. En algún ángulo poliedro dos aristas son colineales.
- III. En algún ángulo poliedro dos caras pueden ser coplanares.

- A) VVV B) VVF C) FVF
D) VFV E) FFF

72. Indique el valor de verdad de cada proposición:

- I. Si la intersección de un rayo y un ángulo poliedro es un rayo, entonces dicho rayo es una arista del ángulo poliedro.
- II. Si un rayo está contenido en una de las caras de un ángulo poliedro entonces el origen del rayo es el vértice del ángulo poliedro.
- III. No existe una recta contenida en un ángulo poliedro.

- A) VVV B) FFF C) VVF
D) FFV E) VFV

73. Indique el valor de verdad de cada proposición:

- I. El mayor número de caras con medida igual a 90 que puede tener todo ángulo poliedro convexo es tres.
- II. En todo ángulo poliedro convexo la medida de una cara es menor que la suma de las medidas de todas las otras caras.
- III. La mayor suma entera de dos caras de algún ángulo poliedro es 360.

- A) VVV B) VVF C) FVF
D) VFV E) FFF

74. Indique el valor de verdad de cada proposición:

- I. El interior de un ángulo poliedro es un conjunto convexo.
- II. Las caras de un ángulo poliedro son regiones triangulares.
- III. Existen ángulos hexaedros convexos equiláteros cuyas caras miden 60.

- A) VVV B) FVF C) FFF
D) FVV E) VFF

75. Las medidas de las caras de un ángulo pentaedro convexo son números enteros y están en progresión aritmética de razón 35. Calcule la medida de la tercera cara.

- A) 60 B) 65 C) 71
D) 72 E) 80

76. ¿Cuántos tipos de ángulos poliedros convexos pueden determinarse con caras que miden 60 cada una?

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

77. En un ángulo tetraedro convexo V-ABCD las caras AVB y BVC están situados en planos perpendiculares y las aristas $\overrightarrow{VC}$ y $\overrightarrow{VB}$ son perpendiculares. Si dos caras no consecutivas miden 45, entonces la medida de la cara AVD es

- A) 15 B) 30 C) 45
D) 60 E) 75

78. En un ángulo tetraedro P-ABCD, los puntos A, B, C y D están contenidos en un plano perpendicular a la arista $\overrightarrow{PD}$, el diedro A-PD-C mide 90; las caras APD y CPD miden cada una 45, las caras APB y BPC son de igual medida. Si $BC = AD$, entonces la cara BPC mide

- A) $\arctan\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ B) $\arctan(\sqrt{2})$
C) $\arctan(\sqrt{3})$ D) $\arctan(\sqrt{5})$
E) $\arctan(\sqrt{6})$

Ángulo triedro

79. Indique el valor de verdad de cada proposición:

- I. En un ángulo triedro la suma de las medidas de todas las caras es menor que 360.
II. En un ángulo triedro la medida de cualquier cara es menor que la suma de las medidas de las otras dos caras.

III. En un ángulo triedro la suma de las medidas de todos los ángulos diedros es mayor que 180 pero menor que 540.

- A) VVV B) VFF C) FVV
D) FFF E) VVF

80. Indique el valor de verdad de cada proposición:

- I. En todo ángulo triedro los dos tercios de una cara es menor que el promedio aritmético de las medidas de las otras dos caras.
II. En un ángulo triedro la suma de las medidas de sus caras es mayor que 180 y menor que 540.
III. Si dos ángulos triedros son congruentes, entonces las caras correspondientes son congruentes.

- A) VVV B) FFV C) FVF
D) VFV E) FFF

81. En un ángulo triedro, las medidas de las caras son números enteros y están en progresión aritmética cuya razón es 59. ¿Cuál es la medida de la cara intermedia?

- A) 110 B) 118 C) 119
D) 120 E) 121

82. Dos caras de un ángulo triedro miden 150 y 120. Calcule el mayor valor entero de la medida de la tercera cara.

- A) 169 B) 159 C) 90
D) 89 E) 53

83. En un ángulo triedro las caras miden 60, 90 y 60. Calcule la medida del ángulo entre la arista común de las caras congruentes y la cara opuesta.

- A) 15 B) 20 C) 25
D) 30 E) 45

84. En un ángulo triedro O-ABC, los diedros OA y OB miden 46 y 58 respectivamente, se traza $\overrightarrow{OF}$ bisectriz del ángulo AOB tal que los ángulos AOF y FOC son congruentes. Calcule la medida del diedro OC.

- A) 82 B) 94 C) 102
D) 104 E) 124

85. En un ángulo triedro O-ABC los ángulos diedros miden 127, 173 y x. Si $x \in \mathbb{Z}^+$ y $x < 122$, entonces el valor de x es

- A) 120 B) 121 C) 115
D) 119 E) 113

86. En un ángulo triedro las caras miden 120, 90 y 120. Calcule la medida del diedro opuesto a la cara que mide 90.

- A) $\arccos\left(-\frac{1}{2}\right)$ B) $\arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$
C) $\arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ D) $\arccos\left(-\frac{\sqrt{5}}{2}\right)$
E) $\arccos\left(-\frac{1}{3}\right)$

87. En un ángulo triedro equilátero las caras miden 108 cada una ¿Cuánto mide un diedro del ángulo triedro?

- A) $\arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{5}\right)$ B) $\arccos\left(-\frac{\sqrt{5}}{6}\right)$
C) $\arccos\left(-\frac{\sqrt{5}}{5}\right)$ D) 120
E) 135

88. En un ángulo triedro equilátero las caras miden 45 cada uno. Calcule la medida de uno de los ángulos diedros.

- A) $\cos^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)$ B) $\cos^{-1}(\sqrt{2} - 1)$
C) $\cos^{-1}\left(\frac{4}{5}\right)$ D) $\cos^{-1}(\sqrt{3} - 1)$
E) $\cos^{-1}(\sqrt{3} + 1)$

89. En un ángulo triedro isósceles, las caras congruentes son perpendiculares y miden 135. ¿Cuál es la medida de la tercera cara?

- A) 30 B) 45 C) 60
D) 75 E) 90

90. En un ángulo triedro isósceles la medida de la cara desigual es 90 y los diedros congruentes miden 135. Calcule la medida del diedro opuesto a la cara desigual.

- A) 100 B) 120 C) 125
D) 135 E) 150

91. En un triedro equilátero O-ABC las caras miden 60 cada una y $OA = OB = OC$, H es el ortocentro del triángulo ABC y M es punto medio de $\overline{OH}$. Calcule la medida del ángulo diedro A-MC-B.

- A) 60 B) 90 C) 128
D) 150 E) 153

92. En un triedro equilátero de vértice O, las caras miden 60 cada una, un plano P interseca a las aristas en los puntos A, B y C tal que $\overline{AB}$ es perpendicular a $\overline{OA}$ y $\overline{BC}$. Calcule la razón de los segmentos $\overline{AB}$ y $\overline{CO}$.

- A) $\frac{\sqrt{3}}{6}$ B) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{4}$
D) $\frac{\sqrt{2}}{6}$ E) $\frac{\sqrt{6}}{3}$

Poliedros

93. Indique el valor de verdad de cada proposición:

- I. Un poliedro es convexo si todas sus caras son conjuntos convexos.
II. Una recta no contenida en una cara de un poliedro convexo interseca a este en solo dos puntos.
III. No existe un poliedro no convexo que cumpla $C + V = A + 2$, siendo C, V y A los números de caras, vértices y aristas del poliedro.

- A) VVV B) VFV C) FVF
D) FFV E) FFF

94. Indique el valor de verdad de cada proposición:

- I. En un poliedro, dos caras pueden ser coplanares.
II. En un poliedro, dos aristas que comparten un vértice pueden ser colineales.
III. En un poliedro, dos caras que comparten un vértice pueden ser coplanares.

- A) VVV B) VVF C) VFF
D) FVV E) FFV

95. Un poliedro convexo está determinado por 8 regiones triangulares y 6 regiones cuadrangulares. ¿Cuántas diagonales tiene el poliedro convexo?

- A) 22 B) 24 C) 26
D) 28 E) 30

96. En un poliedro convexo las caras determinan ángulos triedros congruentes. ¿Cuál es el nombre del poliedro de menor número de vértices?

- A) Tetraedro B) Pentaedro
C) Hexaedro D) Octaedro
E) Decaedro

97. Un poliedro convexo está determinado solo por regiones triangulares. Si el poliedro tiene 78 diagonales, entonces su número de caras es

- A) 20 B) 24 C) 28
D) 32 E) 36

98. En un poliedro convexo, las caras son regiones triangulares y cuadrangulares. Si el número de caras es 14 y la suma de las medidas de los ángulos internos de las caras es 3600, entonces el número de diagonales del poliedro es

- A) 36 B) 32 C) 34
D) 30 E) 38

99. Un poliedro convexo está determinado por m regiones triangulares, m regiones cuadrangulares y m regiones pentagonales. Si el número de diagonales del poliedro es 2, entonces el valor de m es

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

100. En cada vértice de un poliedro convexo concurren una región cuadrada y dos regiones hexagonales regulares. Si el poliedro tiene 14 caras, entonces el número de aristas es

- A) 24 B) 28 C) 32
D) 34 E) 36

101. Un poliedro convexo tiene 12 caras triangulares, 10 caras cuadrangulares y 20 pentagonales. ¿Cuántos vértices tiene el poliedro?

- A) 40 B) 42 C) 45
D) 48 E) 50

102. Un poliedro convexo está determinado por regiones triangulares y cuadrangulares. Si el número de caras es igual al número de vértices, entonces el número de caras triangulares del poliedro es

- A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6

103. Indicar el valor de valor de verdad de cada proposición:

- I. La unión de un poliedro con todos los puntos interiores al poliedro, constituye un sólido.
- II. Dos caras de un poliedro pueden ser coplanares.
- III. El teorema de Euler se cumple para todos los poliedros.

- A) VVF B) VVV C) VFF
D) FVV E) FVF

104. En un poliedro convexo, las caras son regiones cuadrangulares y el número de diagonales es 26. ¿Cuál es el número de caras del poliedro?

- A) 8 B) 9 C) 10
D) 11 E) 12

105. En un poliedro convexo, las caras son regiones triangulares y pentagonales regulares, de modo que en cada vértice concurren dos caras pentagonales y dos caras triangulares. Calcule el número de diagonales del poliedro.

- A) 300 B) 315 C) 420
D) 360 E) 325

Poliedros regulares

106. Indique el valor de verdad de cada proposición:

- I. En un poliedro regular todas sus caras son regiones poligonales regulares congruentes entre sí.
- II. En un poliedro regular todos sus ángulos poliedros son congruentes entre sí.
- III. Las diagonales de un poliedro regular son congruentes.
- IV. Los poliedros regulares tienen apotemas

- A) FVFFV B) VFVV C) FFVV
D) VVFFV E) FFFV

107. Indique el valor de verdad de cada proposición:

- I. Si las caras de un tetraedro son congruentes, entonces es un tetraedro regular.
- II. Si las aristas de un hexaedro son congruentes, entonces es un hexaedro regular.
- III. Los planos que contienen a las caras de un octaedro regular determinan un tetraedro regular.

- A) FVV B) VFV C) FFV
D) VVF E) FFF

108. Si ℓ es la longitud de la arista de un hexaedro cuyas caras son regiones triangulares equiláteras, entonces la longitud de la diagonal del hexaedro es

- A) $\frac{\ell}{3} \sqrt{6}$ B) $\frac{2}{3} \ell \sqrt{6}$
C) $\frac{4}{3} \ell \sqrt{6}$ D) $\frac{5}{3} \ell \sqrt{6}$
E) $2\ell \sqrt{6}$

109. En un tetraedro regular ABCD de longitud de arista 6 cm, se traza la altura $\overline{AH}$ y se ubican los puntos medios M y N de $\overline{AB}$ y $\overline{AH}$. Calcule la distancia (en cm) del punto M al plano determinado por los puntos C, N y D.

- A) $\sqrt{2}$ B) $2\sqrt{2}$ C) $\sqrt{3}$
D) $2\sqrt{3}$ E) 2

110. En un hexaedro regular ABCD-EFGH, P y Q son centros de las caras AEFB y ABCD, M y N son puntos medios de las aristas $\overline{FG}$ y $\overline{GH}$. Calcule la medida del ángulo entre $\overrightarrow{PQ}$ y $\overrightarrow{MN}$.

- A) 22,5 B) 30 C) 37
D) 45 E) 60

111. En un hexaedro regular ABCD-EFGH, P y Q son centros de las caras AEHD y DHGC. Si la arista mide ℓ u, entonces la distancia (en u) entre $\overrightarrow{BP}$ y $\overrightarrow{FQ}$ es

- A) $\frac{\sqrt{2}}{2} \ell$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2} \ell$ C) $\frac{\sqrt{3}}{3} \ell$
D) $\frac{\sqrt{3}}{4} \ell$ E) $\frac{\sqrt{3}}{8} \ell$

112. En un hexaedro regular ABCD-EFGH, la circunferencia con centro en A y radio $\overline{AF}$ interseca a la diagonal $\overline{DG}$ en el punto Q. Calcule la medida del ángulo entre la recta $\overrightarrow{AQ}$ y el plano que contiene a la cara ABCD.

- A) 30 B) 37 C) 45
D) 53 E) 60

113. En un octaedro regular P-ABCD-Q, el punto O es centro de la cara PCD. Calcule la medida del ángulo diedro P-AB-O.

- A) $\cos^{-1}\left(\frac{7}{10}\right)$ B) $\cos^{-1}\left(\frac{8}{9}\right)$
C) $\cos^{-1}\left(\frac{7}{9}\right)$ D) $\cos^{-1}\left(\frac{7}{8}\right)$
E) $\cos^{-1}\left(\frac{10}{11}\right)$

114. En un octaedro regular la distancia entre un vértice y el centro de la cara opuesta es ℓ . Calcule el área de la superficie del octaedro regular

- A) $2\ell^2\sqrt{3}$ B) $3\ell^2\sqrt{3}$ C) $4\ell^2\sqrt{2}$
D) $4\ell^2\sqrt{6}$ E) $6\ell^2\sqrt{3}$

115. En un dodecaedro regular, ABCDE, DEFGH y GHIKJ son tres de sus caras. Calcule la medida del ángulo entre $\overrightarrow{AC}$ y $\overrightarrow{HK}$.

- A) 36 B) 90 C) 53
D) 60 E) 75

116. En un icosaedro regular, determine la suma de las medidas de las caras de un ángulo poliedro de dicho icosaedro regular.

- A) 330 B) 310 C) 300
D) 280 E) 270

117. Indique el valor de verdad de cada proposición:

- I. Los poliedros regulares conjugados son aquellos poliedros regulares en el que el número de aristas de uno de ellos es igual al número de caras del otro.
- II. Existen dos tipos de poliedros regulares que son poliedros regulares conjugados cuya suma de números de caras es 14.
- III. El tetraedro regular no tiene un poliedro regular conjugado.

- A) VVV B) VVF C) VFV
D) VFF E) FVF

118. Un tetraedro regular tiene por área total S, el plano que contiene a una de las caras del poliedro regular conjugado inscrito determina un pentaedro. ¿Cuál es el área total del pentaedro?

- A) $\frac{3S}{4}$ B) $\frac{6S}{7}$ C) $\frac{7S}{9}$

- D) $\frac{9S}{10}$ E) $\frac{9S}{14}$

119. En un dodecaedro regular, tres de sus caras son las regiones poligonales ABJIH, AEFHG y BCLKJ. ¿Cuál es la medida del ángulo entre $\overrightarrow{AK}$ y $\overrightarrow{IF}$?

- A) 30 B) 45 C) 60
D) 75 E) 90

Simetría

120. Indique el valor de verdad de cada proposición:

- I. Un poliedro regular es figura simétrica respecto a ejes de simetría, cuando dichos ejes contienen a los puntos medios de dos aristas opuestas.
- II. Un poliedro regular es figura simétrica respecto a ejes de simetría cuando dichos ejes contienen a los centros de dos caras opuestas.
- III. Si un poliedro tiene centro de simetría, entonces tiene ejes de simetría.

- A) FFV B) FVF C) VFF
D) VFV E) VVV

121. Indique el valor de verdad de cada proposición:

- I. Las secciones planas determinadas por los planos de simetría en un poliedro regular son congruentes.
- II. Las secciones planas determinadas por los planos de simetría en un poliedro regular son inscriptibles.
- III. Las secciones planas determinadas por los planos de simetría tienen al menos un par de lados paralelos.



- A) FFF B) FVV C) FFV
D) VFF E) VFV

122. Indique el valor de verdad de cada proposición:

- I. El tetraedro regular tiene por centro de simetría al centro del tetraedro regular.
II. El hexaedro regular tiene por centro de simetría al punto de intersección de las diagonales.
III. El poliedro cuyas caras son regiones paralelogramáticas tienen por centro de simetría al punto de intersección de las diagonales.

- A) FFV B) FVF C) VVV
D) VFV E) FFF

123. Indique el valor de verdad de cada proposición:

- I. Las caras de un octaedro regular son simétricas con respecto a un plano de simetría.
II. El poliedro cuyas caras son regiones rectangulares, tiene por ejes de simetría a las rectas que contienen a los centros de dos caras opuestas.
III. El poliedro cuyas caras son regiones determinados por rombos es simétrico respecto del punto de intersección de las diagonales.

- A) VVV B) VFV C) VVF
D) FVF E) FVV

124. Los tetraedros regulares $OABC$ y $O'A'B'C'$ son simétricos con respecto a un plano perpendicular al plano que contiene al triángulo ABC y paralelo a $\overline{BC}$. Si el plano de simetría dista 2 u de $\overline{BC}$ y $AB = 2\sqrt{3}$ u, entonces la longitud (en u) de $\overline{O'A}$ es

- A) $4\sqrt{2}$ B) $4\sqrt{3}$ C) $6\sqrt{2}$
D) $6\sqrt{3}$ E) $8\sqrt{2}$

125. Los centros de un hexaedro regular y de un tetraedro regular, son simétricos con respecto de un plano que contiene a una de las caras del hexaedro. Si una de las caras de cada poliedro son coplanares y tienen una arista común, entonces la razón entre las aristas de dichos poliedros regulares es

- A) 1 B) $\sqrt{2}$ C) $\sqrt{3}$
D) $\sqrt{5}$ E) $\sqrt{6}$

126. Los hexaedros regulares $ABCD-EFGH$ y $GH'E'F'-C'D'A'B'$ son figuras simétricas con respecto al vértice G. Si Q es punto medio de $\overline{A'E'}$ y las aristas de los poliedros regulares miden 2 u, entonces la longitud (en u) de $\overline{AQ}$ es

- A) $6\sqrt{2}$ B) $\sqrt{39}$ C) $\sqrt{41}$
D) $5\sqrt{3}$ E) $6\sqrt{6}$

127. Los poliedros regulares $P-ABCD-Q$ y $M-CDEF-N$ son simétricos con respecto a un plano que contiene a $\overline{CD}$ perpendicular al plano H que contiene a $ABCD$ tal que P y M están en un mismo semiespacio determinado por el plano H. Si la longitud de la arista es ℓ , entonces la distancia entre los vértices Q y M es

- A) ℓ B) $\ell\sqrt{2}$ C) $\ell\sqrt{3}$
D) $\ell\sqrt{5}$ E) $\ell\sqrt{6}$

128. En un octaedro regular $P-ABCD-Q$, M es punto medio de $\overline{PC}$ y M' es el simétrico de M con respecto de $\overline{AD}$. Si $\overline{MM'} \cap \overline{AD} = \{S\}$, entonces la razón entre los segmentos $\overline{AS}$ y $\overline{SD}$ es

- A) 1 B) $\frac{2}{3}$ C) 3
D) $\frac{7}{5}$ E) $\frac{5}{2}$

129. En un hexaedro regular $ABCD-EFGH$, las aristas miden a , el punto A' es el simétrico del vértice A con respecto al plano EBD . ¿Cuál es la distancia de A' al vértice G ?

- A) $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ B) $\frac{a\sqrt{6}}{3}$ C) $\frac{a\sqrt{2}}{3}$
D) $\frac{2a\sqrt{2}}{3}$ E) $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$

130. El tetraedro $A'B'C'D$, es el simétrico del tetraedro regular $ABCD$ con respecto al vértice D . ¿Cuál es la medida del ángulo entre las rectas $\overline{CC'}$ y $\overline{AB}$?

- A) 45 B) 60 C) 75
D) 90 E) 120

131. En un octaedro regular la arista mide a . Calcule el área de la menor sección plana determinada por un plano de simetría del octaedro regular.

- A) $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ B) $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$ C) $\frac{a^2\sqrt{2}}{2}$
D) $\frac{a^2\sqrt{2}}{3}$ E) $\frac{a^2\sqrt{2}}{4}$

132. Indique el valor de verdad de cada proposición:

- I. El hexaedro regular tiene 3 planos de simetría.
II. El hexaedro regular tiene 9 ejes de simetría.
III. El tetraedro regular tiene 6 planos de simetría.
IV. El tetraedro regular tiene centro de simetría.

- A) FVVV B) FVFF C) FVVF
D) FFVV E) VVVV

Prisma

133. Indique el valor de verdad de cada proposición:

- I. Si una recta está contenida en una superficie prismática, entonces la recta contiene al vértice de la directriz.
II. Si una recta contiene a un lado de la directriz de una superficie prismática, entonces la recta está contenida en la superficie prismática.
III. Si una recta es paralela a un lado de la directriz de una superficie prismática, entonces la recta no interseca a la superficie prismática.

- A) VVV B) FVV C) FFF
D) VFV E) VFF

134. Indique el valor de verdad de cada proposición:

- I. Si la base de un prisma es un conjunto convexo, entonces el prisma es un poliedro convexo.

II. Si una recta es perpendicular al plano que contiene una cara lateral de un prisma, entonces la recta es perpendicular a todas las aristas laterales del prisma.

III. Si un prisma es un poliedro no convexo, entonces existen dos caras laterales contenidos en planos paralelos.

- A) VVV B) VVF C) VFF
D) FVF E) FFV

135. En un prisma de V vértices, calcule la suma del número de caras más el número de aristas.

- A) $2V$ B) $2V + 1$
C) $2(V + 1)$ D) $4(V - 1)$
E) $4(V + 1)$

136. En un prisma triangular regular $ABC-DEF$, G es el baricentro del triángulo ABC . Si el área de la región triangular equilátera DGF es $9\sqrt{3} u^2$, entonces el volumen (en u^3) del sólido determinado por el prisma es

- A) $36\sqrt{2}$ B) $40\sqrt{2}$ C) $48\sqrt{2}$
D) $54\sqrt{2}$ E) $60\sqrt{2}$

137. En un prisma triangular recto el área de una cara lateral es $S u^2$ y la distancia entre esta cara y la arista lateral opuesta es $d u$, entonces el volumen del sólido determinado por el prisma es

- A) Sd B) $\frac{Sd}{2}$ C) $\frac{Sd}{3}$
D) $\frac{Sd}{4}$ E) $\frac{Sd}{5}$

138. En un prisma oblicuo de base triangular equilátera, el área de la sección recta es $20\sqrt{3} u^2$. Si la longitud de la arista básica es $10 u$, entonces la medida del ángulo determinado por una arista y la base es

- A) 30 B) 37 C) 45
D) 53 E) 60

139. En un prisma oblicuo $ABC-DEF$ de aristas congruentes, M es punto medio de $\overline{EF}$ y $m\angle AMF = 90^\circ$. Si $AM = AB = 4 m$, entonces el volumen (en m^3) del sólido determinado por el prisma es

- A) $8\sqrt{13}$ B) $4\sqrt{39}$ C) $4\sqrt{13}$
D) $6\sqrt{13}$ E) $3\sqrt{39}$

140. Si un prisma oblicuo tiene A aristas, entonces la suma de las medidas de los diedros determinado entre las caras laterales del prisma es

- A) $60(A - 6)$ B) $180(A - 1)$
C) $360(A - 2)$ D) $120(A - 3)$
E) $90(A - 1)$

141. En un prisma cuadrangular regular $ABCD-EFGH$, el punto T es el baricentro del triángulo BGH y la distancia entre las rectas $\overleftrightarrow{BF}$ y $\overleftrightarrow{TE}$ es igual a $(FB) u$. Si el área de la región triangular BGH es $8\sqrt{6} u^2$, entonces el área lateral (en u^2) del prisma es

- A) $64\sqrt{2}$ B) $56\sqrt{2}$ C) $54\sqrt{2}$
D) $40\sqrt{2}$ E) $36\sqrt{2}$

142. En un prisma cuadrangular regular ABCD-EFGH, en las aristas $\overline{DH}$, $\overline{CG}$ y $\overline{BF}$ se ubican los puntos P, Q y R tal que $(EP + PQ + QR + AR)$ es mínimo y $m\angle EPQ = 120$. Si $AE = 8$ u, entonces el volumen (en u^3) del sólido determinado por el prisma es

- A) 16 B) 24 C) 32
D) 40 E) 48

143. Se requiere hacer una caja en forma de un paralelepípedo rectangular, con una base de área igual a 1 cm^2 . Si la suma de las longitudes de todas las aristas es 20 cm. Calcule la longitud (en cm) de una de las dimensiones de la caja para que el área total del prisma sea máxima.

- A) 2,0 B) 2,5 C) 3,0
D) 3,5 E) 4,0

144. En un paralelepípedo rectangular ABCD-EFGH, las bases son regiones cuadradas, $m\angle EBG = 2m\angle BEF$ y la altura del paralelepípedo mide 4 cm. Calcule el volumen (en cm^3) del sólido determinado por el paralelepípedo.

- A) 116 B) 120 C) 128
D) 140 E) 146

145. Las bases de un paralelepípedo recto son regiones determinados por rombos. Si las áreas de las regiones rectangulares determinadas por los planos diagonales que contienen a las aristas laterales son S_2 y S_3 respectivamente y S_1 es el área de la base del paralelepípedo, entonces el volumen del sólido determinado por el paralelepípedo es

- A) $\sqrt{\frac{S_1 S_2 S_3}{2}}$ B) $\sqrt{\frac{S_1 S_2 S_3}{3}}$
C) $\sqrt{\frac{S_1 S_2 S_3}{4}}$ D) $\sqrt{\frac{S_1 S_2 S_3}{5}}$
E) $\sqrt{\frac{S_1 S_2 S_3}{7}}$

146. En un romboedro de longitud de arista ℓ las caras de un ángulo triedro miden 45, 45 y 60. ¿Cuál es el volumen del sólido determinado por el romboedro?

- A) $\frac{\ell^3}{2}$ B) $\frac{\ell^3}{3}$ C) $\frac{2\ell^3}{3}$
D) $\frac{3\ell^3}{4}$ E) $\frac{4\ell^3}{5}$

Tronco de prisma

147. Indique el valor de verdad de cada proposición:

- I. En todo tronco de prisma los números de lados de las bases son iguales.
- II. Existe un tronco de prisma cuyas caras tienen igual número de lados.
- III. Existe un tronco de prisma cuyas bases son congruentes.

- A) VFV B) FFF C) FVV
D) VVF E) VVV

148. Indique el valor de valor de verdad de cada proposición:

- I. Las bases de un prismoide están contenidas en planos paralelos.
- II. Las bases de un prismoide son figuras semejantes.
- III. En algún prismoide una de las caras puede ser una región hexagonal.

- A) FFF B) VVV C) VFV
D) VVF E) FFV

149. En un tronco de prisma regular ABC-DEC, $CD = DE$, ABC es la base regular, $AB = 4$ m y $AD = 6$ m. Calcule el área lateral (en m^2) del tronco de prisma.

- A) 62 B) 72 C) 84
D) 96 E) 108

150. En un tronco de prisma recto ABC-DEF, la base superior DEF es una región triangular regular de área $9\sqrt{3} u^2$ y la cara lateral BEFC es una región cuadrada. Si las otras dos caras laterales están contenidas en planos perpendiculares, entonces el menor volumen (en u^3) del sólido determinado por el tronco de prisma es

- A) $54 + 9\sqrt{2}$ B) $32 + 2\sqrt{2}$
C) $18 + 3\sqrt{2}$ D) $16 + 4\sqrt{2}$
E) $10 + 2\sqrt{2}$

151. En un tronco de prisma cuadrangular regular la arista básica mide ℓ y la distancia entre los centros de las bases es d . Calcule el volumen del sólido determinado por el tronco de prisma

- A) $\ell^2 d$ B) $\frac{\ell^2 d}{3}$ C) $\frac{\ell^2 d}{4}$
D) $\frac{\ell^2 d}{5}$ E) $\frac{\ell^2 d}{6}$

152. En un paralelepípedo recto ABCD- EFGH, M es punto medio de $\overline{DH}$ y P es un punto de la arista $\overline{AE}$ tal que el volumen del sólido determinado por el tronco de prisma PBM-EFH es los $\frac{2}{5}$ del volumen del sólido determinado por el paralelepípedo. Si $AP = 2$ u, entonces la longitud (en u) de $\overline{PE}$ es

- A) 9 B) 12 C) 15
D) 18 E) 24

153. En un hexaedro regular ABCD-EFGH, un plano secante al poliedro pasa por el centro de la cara BCGF, por el punto medio de la arista $\overline{HG}$ y por el vértice E. La razón de volúmenes de los sólidos truncados determinados por el plano secante en el hexaedro regular es

- A) $\frac{7}{29}$ B) $\frac{5}{29}$ C) $\frac{7}{25}$
D) $\frac{5}{27}$ E) $\frac{7}{39}$

154. En un tronco de prisma oblicuo ABCD-EFGH, ABCD es un cuadrado y las áreas de las regiones de las caras laterales opuestas ADHE y FBCG son S_1 y S_2 y el volumen del sólido limitado por el tronco es V ; entonces la distancia entre dichas caras laterales opuestas es

- A) $\frac{V}{S_1 + S_2}$ B) $\frac{2V}{S_1 + S_2}$
C) $\frac{2V}{3(S_1 + S_2)}$ D) $\frac{3V}{2(S_1 + S_2)}$
E) $\frac{V}{2S_1 + 3S_2}$

155. En un prisma recto ABCD-EFGH, las bases son regiones trapeziales, P es punto medio de $\overline{AF}$ y Q punto medio de $\overline{CH}$. Si el volumen del sólido determinado por el prisma es $24 m^3$ y $AD = 5(BC)$, entonces el volumen (en m^3) del sólido determinado por el tronco de prisma EPF-HQG es

- A) 4 B) 6 C) 8
D) 9 E) 12

156. En un octaedro regular P-ABCD-Q cuya arista mide 6 u. ¿Cuál es el volumen (en u^3) del sólido determinado por el tronco de prisma cuyos vértices son los puntos medios de todas las aristas de las caras AQB y CQD?

- A) $12\sqrt{2}$ B) $14\sqrt{2}$ C) $8\sqrt{2}$
D) $10\sqrt{2}$ E) $9\sqrt{2}$

157. El volumen del sólido que limita un paralelepípedo rectangular es V. Calcule el volumen del sólido determinado por un prismoide cuyos vértices son los puntos medios de las aristas de una de las caras y los vértices de la cara opuesta.

- A) $\frac{2V}{2}$ B) $\frac{3V}{4}$ C) $\frac{4V}{5}$
D) $\frac{5V}{6}$ E) $\frac{8V}{9}$

158. En un hexaedro regular ABCD-EFGH, F es centro del arco $\widehat{BG}$, $Q \in \widehat{BG}$. Si $AB = 4$ m y $QG = AB$, entonces el volumen (en m^3) del sólido determinado por el tronco de prisma EFQ-HGQ es

- A) $\frac{40}{3} \sqrt{3}$ B) $\frac{32}{3} \sqrt{3}$ C) $\frac{28}{3} \sqrt{3}$
D) $\frac{28}{3} \sqrt{2}$ E) $\frac{25}{3} \sqrt{2}$

159. En un prisma regular ABCDEF-A'B'C'D'E'F', O es el centro de la base A'B'C'D'E'F', el plano determinado por los puntos F, C y E' interseca a $\overline{F'E}$ y $\overline{OD}$ en P y Q respectivamente. Calcule la razón de los volúmenes de los sólidos determinados por ABCDEF-A'B'C'D'E'F' y PCQ-F'B'O.

- A) 5 B) 6 C) 8
D) 9 E) 12

Pirámide

160. Indique el valor de verdad de cada proposición:

- I. alguna superficie piramidal es un conjunto convexo.
II. En alguna pirámide hexagonal regular la arista lateral es congruente con la arista de la base.
III. Si en una pirámide triangular las tres caras laterales son regiones triangulares isósceles, entonces la pirámide es regular.

- A) VVV B) FFF C) VVF
D) FFV E) FVF

161. Indique el valor de verdad de cada proposición:

- I. En una pirámide regular el número de caras es igual a la mitad del número de aristas aumentado en 1.
II. Una pirámide regular hexagonal es un poliedro regular.
III. Si la base de una pirámide es una región cuadrada, entonces es una pirámide regular.

- A) FVF B) VVV C) VVF
D) VFF E) VFV

162. En una pirámide de V vértices, calcule la suma del número de caras más el número de aristas.

- A) 2V B) 3V - 2
C) 2(V + 1) D) 4(V - 1)
E) 4(V + 1)

163. En una pirámide regular, la apotema y su arista básica miden 12 u y 7 u. Calcule el mayor valor del área lateral (en u^2) de la pirámide.

- A) 336 B) 378 C) 420
D) 462 E) 126

164. En una pirámide triangular regular la arista básica mide a. Si la distancia de un vértice de la base a la cara lateral opuesta es b, entonces el volumen del sólido determinado por la pirámide es

- A) $\frac{ab^3}{\sqrt{3a^2-4b^2}}$ B) $\frac{a^3b}{6\sqrt{3a^2-4b^2}}$
C) $\frac{a^3b}{12\sqrt{3a^2-4b^2}}$ D) $\frac{a^3b}{4\sqrt{3b^2-4a^2}}$
E) $\frac{a^2b^2}{12\sqrt{3a^2-4b^2}}$

165. En una pirámide hexagonal regular la arista básica mide L. Si las caras laterales determinan con la base ángulos diedros de medida θ , entonces el área lateral de la pirámide es

- A) $\frac{3}{2} L^2 \sqrt{3} \cos(\theta)$ B) $\frac{3}{2} L^2 \sqrt{3} \sec(\theta)$
C) $\frac{3}{2} L^2 \sqrt{3} \sen(\theta)$ D) $\frac{3}{2} L^2 \sqrt{3} \tan(\theta)$
E) $\frac{3}{4} L^2 \sqrt{3} \sec(\theta)$

166. En una pirámide regular, las caras laterales son regiones triangulares equiláteras de área S. ¿Cuánto es el área lateral de la pirámide, si se sabe que es la mayor posible?

- A) 3 S B) 4 S C) 5 S
D) 6 S E) 7 S

167. En una pirámide O-ABC, $m\angle AOB = m\angle BOC = m\angle AOC = 90$. Si $AB = 7$ u, $BC = 6$ u y $AC = 5$ u, entonces la capacidad (en u^3) determinado por dicha pirámide es

- A) $\sqrt{15}$ B) $\sqrt{45}$ C) $\sqrt{30}$
D) $\sqrt{35}$ E) $2\sqrt{95}$

168. En una pirámide triangular regular, la suma de los cuadrados de las longitudes de las aristas laterales es P. Calcule el máximo valor del área lateral de la pirámide.

- A) $\frac{P}{10}$ B) $\frac{P}{8}$ C) $\frac{P}{4}$
D) $\frac{P}{2}$ E) P

169. En una pirámide O-ABC, el perímetro de la base es L. Si el área de la base es máxima y la altura mide H, entonces el volumen del sólido determinado por la pirámide es

- A) $\frac{L^2 H \sqrt{3}}{27}$ B) $\frac{L^2 H \sqrt{3}}{108}$ C) $\frac{L^2 H \sqrt{3}}{154}$
D) $\frac{L^2 H \sqrt{3}}{172}$ E) $\frac{L^2 H}{48}$

170. En una pirámide regular cuadrangular, por una arista básica se traza un plano que determina en la cara opuesta una región triangular de área a^2 . Si el área lateral de la pirámide regular es $4b^2$, entonces el área lateral de la pirámide determinada por el plano es

- A) $(a-b)^2$ B) $a^2 + b^2 + ab$
C) $a^2 + b^2 - ab$ D) $(a+b)^2$
E) $2(a+b)^2$

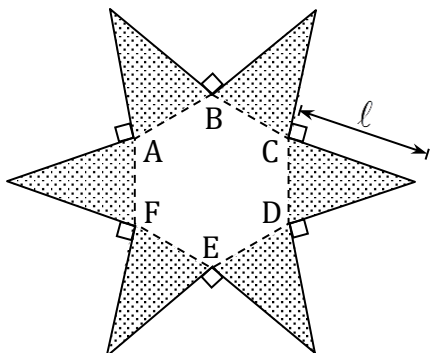
171. En una pirámide $V-ABC$, M y N son puntos medios de $\overline{AV}$ y $\overline{BC}$, en $\overline{AC}$ se ubican los puntos P y Q tal que $A-P-Q$ y $AP = PQ = QC$. Calcule la razón de volúmenes de los sólidos determinados por las pirámides $M-APB$ y $V-PQN$.

- A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$
D) 2 E) 4

172. En una pirámide cuadrangular regular $V-ABCD$, las distancias de A y B a $\overline{VC}$ miden 8 u y 6 u. Calcule el área lateral (en u^2) de la pirámide regular.

- A) 36 B) 72 C) $36\sqrt{2}$
D) $72\sqrt{2}$ E) 120

173. En la figura se muestra el desarrollo de la superficie total de una pirámide regular, entonces la menor longitud de la trayectoria para ir de A a B y pasando por cinco caras laterales es



- A) $(\sqrt{6} - \sqrt{2}) \frac{\ell}{2}$ B) $(\sqrt{6} + \sqrt{2}) \frac{\ell}{2}$
C) $\frac{\sqrt{6}}{2} \ell$ D) $\sqrt{2} \ell$
E) $\ell \sqrt{2 + \sqrt{3}}$

Tronco de pirámide

174. Indique el valor de verdad de cada proposición:

- I. Las caras de un tronco de pirámide son regiones trapeciales.
- II. Los polígonos de las bases de un tronco de pirámide de bases paralelas son semejantes.
- III. Los polígonos de las caras de un tronco de pirámide regular de bases paralelas son circunscriptibles a una circunferencia.

- A) VVV B) FFF C) FFV
D) FVF E) FVV

175. Indique el valor de verdad de cada proposición:

- I. En un tronco de pirámide regular, las aristas laterales son congruentes. Si en un tronco de pirámide las aristas laterales son congruentes, entonces el tronco de pirámide es regular.
- II. Si las alturas de las caras laterales de un tronco de pirámide son congruentes entre sí, entonces dichas alturas se les llama apotemas del tronco de pirámide.
- III. Si las aristas laterales de un tronco de pirámide son congruentes, entonces la altura del tronco de pirámide une los centros de las bases.

- A) FVF B) VVV C) FVV
D) FFF E) VFV

176. En una pirámide se traza un plano paralelo a la base tal que los volúmenes de los sólidos determinados están en la relación como 27 es a 37. Si la altura de la pirámide mide 4 u, entonces la distancia (en u) del vértice de la pirámide al plano es

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

177. En un tronco de pirámide regular cuadrangular ABCD-EFGH, el ángulo FHD mide 45° . Calcule la razón de las áreas de la región BDHF y la superficie lateral del tronco de pirámide regular.

- A) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B) $\frac{\sqrt{6}}{2}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{6}$
D) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ E) $\frac{\sqrt{6}}{4}$

178. En un tronco de pirámide triangular de bases paralelas, las áreas de las bases son $1 u^2$ y $9 u^2$. Si el volumen del sólido determinado por el tronco de pirámide es $26 u^3$, entonces la longitud (en u) de la altura del tronco de pirámide es

- A) 5 B) 6 C) 7
D) 8 E) 10

179. En un tronco de pirámide cuadrangular regular ABCD-EFGH, $AE = AD = DH$ y $ED = EH = 2 u$. Calcule la longitud (en u) de la altura del tronco de pirámide.

- A) $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ B) $\sqrt{5}-1$ C) $\sqrt{5}+1$
D) $\sqrt{\sqrt{5}-1}$ E) $\sqrt{\sqrt{5}+1}$

180. En una pirámide regular V-ABCD, una cara lateral y la base de la pirámide determinan un ángulo diedro que mide 60° y por el punto medio de la altura de longitud h se traza un plano paralelo a la base determinándose un tronco de pirámide. ¿Cuál es el área lateral del tronco de pirámide?

- A) $\frac{h^2}{2}$ B) h^2 C) $2h^2$
D) $3h^2$ E) $4h^2$

181. En un tronco de pirámide regular hexagonal, las aristas de las bases y apotema miden $1u$, $2u$ y $1u$ respectivamente. ¿Cuál es el volumen (en u^3) del sólido determinado por el tronco de pirámide?

- A) $\frac{9\sqrt{3}}{4}$ B) $\frac{7\sqrt{3}}{4}$ C) $\frac{11\sqrt{3}}{4}$
D) $\frac{8\sqrt{3}}{3}$ E) $\frac{9\sqrt{3}}{2}$

182. En un tronco de pirámide de bases paralelas, la altura mide h , el área de la base mayor es B y la razón de semejanza entre los polígonos de las bases es k , siendo $k < 1$. Calcule el volumen del sólido determinado por el tronco de pirámide.

- A) $\frac{Bh}{6}(1+k+k^2)$
B) $\frac{Bh}{3}(1+2k+k^2)$
C) $\frac{2}{3}Bh(1+k+k^2)$
D) $\frac{Bh}{3}(1+k+k^2)$
E) $\frac{Bh}{3}(1+3k+k^2)$

183. En un tronco de pirámide regular ABCD - EFGH, $GH = 3(CD)$, $m\angle CGH = 60^\circ$ y la distancia de H a $\overline{CG}$ es igual a $12 u$. Calcule el área lateral (en u^2) del tronco de pirámide.

- A) $\frac{512\sqrt{3}}{3}$ B) $\frac{496\sqrt{3}}{3}$ C) $\frac{524\sqrt{3}}{3}$
D) $\frac{484\sqrt{3}}{3}$ E) $\frac{536\sqrt{3}}{3}$

184. En un tronco de pirámide de bases paralelas ABC-DEF, los volúmenes de los sólidos determinados por las pirámides E-ABC y F-DEC son V_1 y V_2 . Calcule el volumen del sólido determinado por la pirámide A-CDE.

- A) $\sqrt{\frac{V_1 \cdot V_2}{3}}$ B) $\sqrt{\frac{V_1 \cdot V_2}{2}}$
C) $\sqrt{V_1 \cdot V_2}$ D) $\sqrt{2V_1 \cdot V_2}$
E) $\sqrt{\frac{V_1 \cdot V_2}{4}}$

185. En un tronco de pirámide regular cuadrangular, las bases distan $2\sqrt{3}u$, la arista básica menor mide $2u$ y las caras laterales determinan con las bases ángulos diedros que miden 60° . Calcule el área total (en u^2) del tronco de pirámide.

- A) 96 B) 100 C) 102
D) 104 E) 116

186. En un tronco de pirámide regular cuadrangular ABCD-EFGH, la región BFHD tiene área S_1 y el área de la sección determinada en el tronco de un plano equidistante a sus bases es S_2 , entonces la longitud de la altura del tronco de pirámide es

- A) $\frac{S_1}{\sqrt{2S_2}}$ B) $\frac{S_1^2}{S_2}$ C) $\frac{S_1 S_2}{S_1 + S_2}$
D) $\frac{S_1 S_2}{S_1 - S_2}$ E) $\sqrt{S_1 + S_2}$

Cilindro

187. Indique el valor de verdad de cada proposición:

- I. Existe una superficie cilíndrica cuya generatriz es un rayo.
II. Toda recta contenida en una superficie cilíndrica interseca a la directriz de la superficie cilíndrica.
III. La directriz de una superficie cilíndrica es la única línea que determina una separación de los puntos de dicha superficie cilíndrica.

- A) FVV B) FVF C) VFV
D) VFF E) FFF

188. Indique el valor de verdad de cada proposición:

- I. La sección recta de todo cilindro oblicuo es un círculo.
II. Existe un cilindro oblicuo cuyas bases y sección recta sean círculos.
III. Existe un cilindro oblicuo cuya sección recta sea paralela a las bases.

- A) FFF B) VVF C) VFV
D) VVV E) FVV

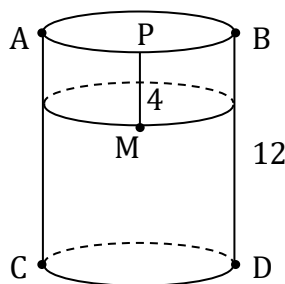
189. En un cilindro de revolución los diámetros $\overline{AB}$ y $\overline{CD}$ son ortogonales y están contenidos en diferentes bases. Calcule la relación entre los volúmenes del cilindro y el poliedro regular ABCD.

- A) $\frac{\pi}{2}$ B) π C) $\frac{3\pi}{2}$
D) 2π E) $\frac{5\pi}{2}$

190. Un rectángulo ABCD ($AB = a$ y $BC = b$) gira alrededor de $\overline{AB}$ y $\overline{BC}$ determinan cilindros cuyas áreas totales son proporcionales a 2 y 5. Calcule la razón de volúmenes de los sólidos determinados por los cilindros.

- A) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{2}{5}$
D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{4}{5}$

191. En la figura se muestra un cilindro de revolución, el radio de la base mide 4 m, $\overline{AB}$ y $\overline{CD}$ son diámetros y $m\widehat{AP} = 90^\circ$. Calcule la menor distancia (en m) para ir de A hasta C alrededor de la superficie cilíndrica y que pase por el punto M.



- A) $p(\sqrt{5} + 5)$ B) $\frac{3\pi}{2}(\sqrt{5} + 5)$
C) $2p(\sqrt{5} + 5)$ D) $\frac{5}{2}\pi(\sqrt{5} + 5)$
E) $3p(\sqrt{5} + 5)$

192. En un cilindro circular recto, una sección axial es una región cuadrada, la distancia de un punto de la circunferencia de una base al centro de la otra base mide a . Calcule el volumen del sólido determinado por el cilindro.

- A) $\frac{\sqrt{5}a^3\pi}{50}$ B) $\frac{\sqrt{5}a^3\pi}{25}$
C) $\frac{3\sqrt{5}a^3\pi}{50}$ D) $\frac{2\sqrt{5}a^3\pi}{25}$

E) $\frac{\sqrt{5}a^3\pi}{5}$

193. En un cilindro de revolución, se inscribe un octaedro regular tal que dos vértices opuestos son los centros de las circunferencias de las bases del cilindro. Si el volumen del sólido determinado por el octaedro es 2 m^3 , entonces el volumen (en m^3) del sólido determinado por el cilindro de revolución.

- A) π B) 2π C) 3π
D) 4π E) 5π

194. Una región rectangular de área A , gira alrededor de uno de sus lados generando un sólido cilíndrico y el centro de gravedad de la región rectangular genera una circunferencia de longitud $\ell\pi$. Calcule el volumen del sólido cilíndrico.

- A) $\frac{\ell\pi A}{2}$ B) $\frac{2\ell\pi A}{3}$ C) $\ell\pi A$
D) $\frac{3\ell\pi A}{2}$ E) $2\ell\pi A$

195. El desarrollo de la superficie lateral de un cilindro de revolución es una región rectangular de área S , la diagonal determina con el lado mayor un ángulo que mide 30° y el lado menor es congruente a la altura del cilindro. Calcule el volumen del sólido determinado por el cilindro.

- A) $\frac{S^4\sqrt{3}S^2}{8\pi}$ B) $\frac{S^4\sqrt{3}S^2}{6\pi}$
C) $\frac{S^4\sqrt{3}S^2}{4\pi}$ D) $\frac{3S^4\sqrt{3}S^2}{8\pi}$
E) $\frac{\pi}{4}\sqrt[4]{3S^6}$

196. En una pirámide regular de 5 caras, está inscrito un cilindro circular recto cuya sección axial es una región cuadrada y la base del cilindro está contenido en la base de la pirámide. Si la altura y una arista básica de la pirámide miden 8 m y 12 m, entonces el área lateral (en m^2) del cilindro circular recto es

- A) $\frac{114p}{5}$ B) $\frac{572p}{25}$ C) $\frac{576p}{25}$
D) $\frac{578p}{25}$ E) $\frac{116p}{5}$

197. En un cilindro circular recto, la base de un prisma regular de 6 caras está inscrito en la circunferencia de la base del cilindro cuyo diámetro es congruente con la altura del cilindro. La arista básica del prisma mide $2\sqrt{2}$ m, entonces la distancia (en m) de un vértice de la base superior del prisma al centro de la circunferencia de la base inferior del cilindro es

- A) $\sqrt{5}$ B) $2\sqrt{5}$ C) $\frac{2}{5}\sqrt{5}$
D) $3\sqrt{\pi^2 + 1}$ E) $4\sqrt{\pi^2 + 1}$

198. En un cilindro oblicuo que tiene por sección recta un círculo, $\overline{AD}$ y $\overline{BC}$ son generatrices opuestas; $\overline{AB}$ y $\overline{DC}$ son ejes mayores de las elipses de las bases, O es el punto medio de $\overline{AB}$, $CO = 9$ m, $DO = 13$ m y $AB = AD$. Calcule el volumen (en m^3) del sólido determinado por el cilindro oblicuo.

- A) 200π B) $\frac{1004\pi}{5}$
C) $\frac{1008\pi}{5}$ D) 202π
E) $\frac{1014\pi}{5}$

199. En un cilindro oblicuo cuya sección recta es un círculo, la altura mide 12 m, el ángulo entre la generatriz y el plano que contiene a una base del cilindro mide 60° y el pie de la altura trazada desde un punto de la elipse de la base superior es el centro de la elipse de la base inferior. Calcule el área lateral (en m^2) del cilindro oblicuo.

- A) $90\sqrt{3}\pi$ B) $96\sqrt{3}\pi$
C) $102\sqrt{3}\pi$ D) $108\sqrt{3}\pi$
E) $114\sqrt{3}\pi$

200. Un hexaedro regular está inscrito en un cilindro circular recto, de modo que los extremos de una diagonal son los centros de las circunferencias de las bases del cilindro. ¿En qué razón están los volúmenes de los sólidos que determinan el hexaedro regular y el cilindro circular recto?

- A) $\frac{\sqrt{3}}{2\pi}$ B) $\frac{\sqrt{2}}{2\pi}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{\pi}$
D) $\frac{\sqrt{2}}{\pi}$ E) $\frac{1}{\pi}$

Tronco de cilindro

201. Indique el valor de verdad de cada proposición:

- I. Las bases de un tronco de cilindro siempre son círculos.
- II. Las bases de un tronco de cilindro pueden ser congruentes.
- III. En algún tronco de cilindro, sus bases pueden tener en común un solo punto.

- A) VVV B) FVV C) FFV
D) FFF E) VVF

202. Indique el valor de verdad de cada proposición:

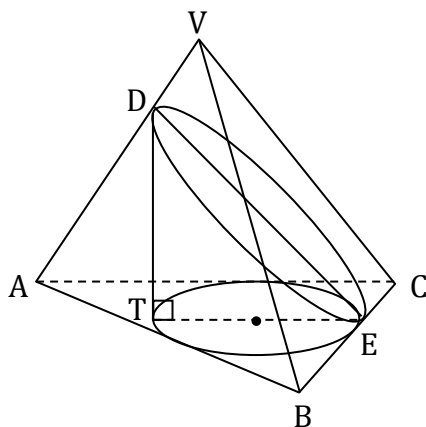
- I. La superficie lateral de un tronco de cilindro es un conjunto no convexo.
- II. En todo tronco de cilindro, las bases son conjuntos convexos.
- III. Si el sólido determinado por un tronco de cilindro es un conjunto convexo, entonces las bases también son conjuntos convexos.

- A) FFF B) FVV C) VFF
D) VFV E) VVV

203. En un tronco de cilindro circular recto, los planos de las bases determinan un diedro que mide 30. Si el diámetro de la circunferencia de la base mide 6 u y la generatriz menor $4\sqrt{3}$ u, entonces el volumen (en u^3) del sólido determinado por el tronco de cilindro es

- A) $16\sqrt{3}\pi$ B) $25\sqrt{3}\pi$ C) $36\sqrt{3}\pi$
D) $45\sqrt{3}\pi$ E) $50\sqrt{3}\pi$

204. En la figura se muestra un tetraedro regular cuya área total es $36\sqrt{3} u^2$. Si $\overline{ED}$ es perpendicular a $\overline{VA}$ y $\overline{BC}$, entonces el volumen del sólido determinado por el tronco de cilindro es



- A) $\frac{3}{4}\pi\sqrt{6}$ B) $\frac{3}{2}\pi\sqrt{6}$
C) $\frac{5}{2}\pi\sqrt{6}$ D) $\frac{4}{3}\pi\sqrt{6}$
E) $\frac{9}{4}\pi\sqrt{6}$

205. En un tronco de cilindro circular recto, el radio de la circunferencia de la base mide 1 m, los planos que contienen a las bases determinan un diedro que mide 45 y la razón entre las generatrices máxima y mínima es 2. Calcule (en m^3) el volumen del sólido determinado por el tronco de cilindro.

- A) $\frac{3\pi}{2}$ B) 2π C) $\frac{\pi}{2}$
D) 3π E) $\frac{3\pi}{4}$

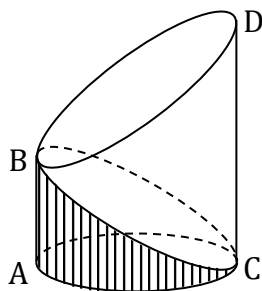
206. En un tronco de cilindro oblicuo de sección recta circular, las generatrices menor y mayor miden 4 u y 8 u, los ángulos entre la generatriz mínima y cada plano de las bases miden 60. Calcule el volumen (en u^3) del sólido que determina un tronco de cilindro oblicuo.

- A) 16π B) 17π C) 18π
D) 19π E) 20π

207. En un prisma triangular regular ABC-DEF, M y N son los puntos medios de las aristas $\overline{CF}$ y $\overline{BE}$. Si el volumen del sólido determinado por dicho prisma es V, entonces el volumen del sólido determinado por el tronco de cilindro de revolución cuyas bases están inscritas en los triángulos DFE y MNA es

- A) $\frac{8\pi V}{27}\sqrt{3}$ B) $\frac{4\pi V}{27}\sqrt{3}$
 C) $\frac{4\pi V}{9}\sqrt{2}$ D) $\frac{2\pi V}{27}\sqrt{3}$
 E) $\frac{5\pi V}{27}\sqrt{3}$

- 208.** En la figura, la superficie lateral del menor tronco de cilindro circular recto es equivalente a la base circular del mayor tronco de cilindro. Si $CD = 6$ u y $AC = 4$ u, entonces el volumen (en u^3) del sólido determinado por el mayor tronco de cilindro es



- A) 16π B) 18π C) 12π
 D) 24π E) 32π

- 209.** En un tronco de cilindro oblicuo de sección recta circular, las bases son congruentes, tienen solo un punto y los planos que los contienen determinan un diedro que mide 120° . Si la generatriz mayor mide $20\sqrt{3}$ m, entonces el volumen (en m^3) del sólido determinado por el tronco de cilindro es

- A) $200\pi\sqrt{3}$ B) $2\pi\sqrt{3}$
 C) $240\pi\sqrt{3}$ D) $250\pi\sqrt{3}$
 E) $260\pi\sqrt{3}$

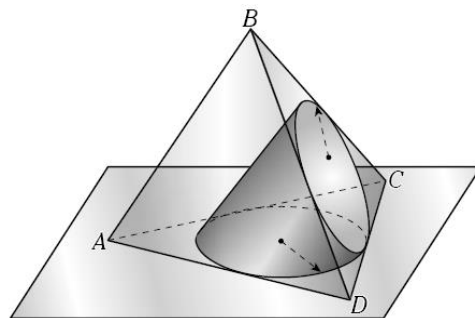
- 210.** En un tronco de cilindro oblicuo de sección recta circular, en la superficie lateral se ubica el punto P tal que las distancias de P a los centros de las circunferencias de las bases O y O' son 12 m y 5 m. Si $m\angle OPO' = 90^\circ$, entonces el volumen (en m^3) determinado por el tronco de cilindro es

- A) $\frac{3000\pi}{13}$ B) $\frac{3200\pi}{13}$
 C) $\frac{3500\pi}{13}$ D) $\frac{3600\pi}{13}$
 E) 300π

- 211.** En un cilindro de revolución, el eje $\overline{AB}$ mide 16 u, un plano secante a $\overline{AB}$ en el punto C determina en el cilindro dos troncos de cilindros. Si los volúmenes de los sólidos determinados por los troncos de cilindros están en la relación de 3 a 5, entonces la longitud (en u) de $\overline{BC}$ es

- A) 5 B) 6 C) 8
 D) 10 E) 12

- 212.** En la figura se muestra un tetraedro regular ABCD cuya arista mide 6 u. Calcule el volumen (en u^3) del sólido determinado por el tronco de cilindro donde las bases están inscritas en los triángulos BCD y ACD.



- A) $\frac{\pi\sqrt{6}}{2}$ B) $2\pi\sqrt{6}$ C) 4π
 D) 3π E) $9\pi\sqrt{6}$



213. En un cilindro oblicuo de sección recta circular, las generatrices menor y mayor miden 6 u y 18 u. Si las generatrices determinan con el plano de las bases ángulos de 45, entonces el volumen (en u^3) del sólido determinado por el tronco de cilindro es

- A) 72π B) 80π C) 90π
D) 108π E) 115π

Cono

214. Indique el valor de verdad de cada proposición:

- I. Existe algún cono en el cual, una generatriz y el diámetro de la base son congruentes.
II. En todo cono circular recto, la longitud de la altura es menor que la longitud del radio de la base.
III. En todo cono de revolución, cada triángulo cuyos vértices son el vértice del cono y los extremos del diámetro de la base es un triángulo rectángulo isósceles.

- A) FVV B) VFV C) VFF
D) VVV E) VVF

215. Indique el valor de verdad de cada proposición:

- I. La sección axial de un cono de revolución es una región triangular equilátera.
II. La base de un cono siempre es un círculo.
III. Las generatrices de un cono son congruentes.

- A) VVF B) VVV C) VFV
D) FFF E) VFF

216. Indique el valor de verdad de cada proposición:

- I. En un cono de revolución nunca se puede inscribir una esfera.
II. Si dos generatrices de un cono con un diámetro de la base determinan un triángulo equilátero, entonces el cono es de revolución.
III. Si en un cono la base es un círculo y la superficie lateral es un sector circular, entonces el cono no es circular recto.

- A) VVF B) FVF C) FFF
D) VVV E) VFV

217. El desarrollo de la superficie lateral de un cono de revolución es un semicírculo. Calcule la medida del ángulo que determinan dos generatrices diametralmente opuestas.

- A) 30 B) 36 C) 45
D) 60 E) 72

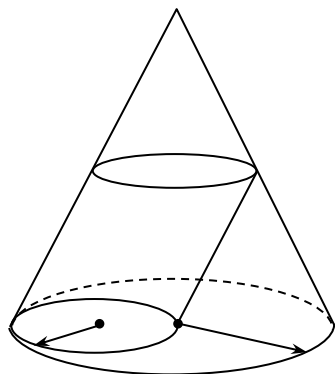
218. El desarrollo de la superficie lateral de un cono de revolución es un semicírculo cuyo diámetro mide $2R$. Calcule el área de la sección que se determina en un plano secante que contiene al vértice del cono y un diámetro de la base.

- A) $\frac{R^2\sqrt{3}}{8}$ B) $\frac{R^2\sqrt{3}}{6}$ C) $\frac{R^2\sqrt{3}}{5}$
D) $\frac{R^2\sqrt{3}}{4}$ E) $\frac{R^2\sqrt{3}}{3}$

219. El desarrollo de la superficie lateral de un cono de revolución es un sector circular correspondiente a un cuarto de círculo, de área $36\pi u^2$. Calcule la longitud (en u) de la altura del cono.

- A) $2\sqrt{15}$ B) $3\sqrt{15}$ C) $2\sqrt{17}$
D) $6\sqrt{5}$ E) $8\sqrt{5}$

- 220.** En la figura se muestra un cilindro oblicuo inscrito en el cono de revolución. Calcule la razón de volúmenes de los sólidos que determinan.



- A) $\frac{3}{7}$ B) $\frac{4}{9}$ C) $\frac{7}{9}$
D) $\frac{3}{8}$ E) $\frac{2}{9}$

- 221.** Se tiene un cono de revolución de máxima capacidad (mayor volumen), cuya generatriz mide g . Calcule la razón entre el radio y la generatriz del cono.

- A) $1/3$ B) $2/3$ C) $\sqrt{2}/\sqrt{3}$
D) $4/5$ E) $3/7$

- 222.** En un cono de revolución, dos circunferencias tangentes exteriores cuyos radios miden R y r están inscritos en el triángulo determinado por dos generatrices y un diámetro de la circunferencia de la base. ¿Cuál es la longitud de la altura del cono?

- A) $\frac{R^2}{R-r}$ B) $\frac{2R^2}{R-r}$ C) $\frac{3R^2}{R-r}$

- D) $\frac{4R^2}{R-r}$ E) $\frac{5R^2}{R-r}$

- 223.** El desarrollo de la superficie lateral de uno cono de revolución es un sector circular cuyo arco mide 216 y el área de la base del cono es $36\pi \text{ cm}^2$. Calcule el volumen (en cm^3) del sólido determinado por el cono.

- A) 80π B) 86π C) 90π
D) 96π E) 100π

- 224.** El desarrollo de la superficie lateral de un cono de revolución es un semicírculo cuyo diámetro mide $2r$. Calcule el volumen del sólido determinado por el cono.

- A) $\frac{\sqrt{3}r^3\pi}{5}$ B) $\frac{\sqrt{3}r^3\pi}{12}$
C) $\frac{\sqrt{3}r^3\pi}{24}$ D) $\frac{\sqrt{3}r^3\pi}{8}$
E) $\frac{\sqrt{2}r^3\pi}{7}$

- 225.** En un cono de revolución, está inscrito un cilindro de revolución de área lateral máxima tal que la base del cilindro está contenida en la base del cono. Si el radio de la circunferencia de la base y la altura del cono miden R y H , entonces las longitudes de la altura y el radio de la circunferencia de la base del cilindro son

- A) $\frac{H}{2}, \frac{R}{3}$ B) $\frac{H}{2}, \frac{R}{2}$ C) $\frac{H}{3}, \frac{R}{2}$
D) $\frac{H}{4}, \frac{R}{4}$ E) $\frac{H}{5}, \frac{R}{5}$

226. En un cono de revolución, el radio de la circunferencia de la base y la altura miden 3 cm y 4 cm, un plano paralelo a la base interseca al cono determinando un cono menor cuya área total es igual al área lateral del cono total. ¿A qué distancia (en cm) del vértice se traza el plano?

- A) 3 B) $\sqrt{10}$ C) $\sqrt{13}$
D) $\sqrt{14}$ E) $\sqrt{15}$

227. En un cono oblicuo la proyección del vértice V es un punto del diámetro $\overline{AB}$ de la circunferencia que determina la base del cono. Si la mayor generatriz mide a y la menor generatriz mide b, entonces el área máxima de la región triangular cuyos vértices son el punto V y los puntos medios de los arcos de extremos A y B es

- A) $\frac{5}{7}(a^2 + b^2)$ B) $\frac{3}{2}(a^2 + b^2)$
C) $\frac{a^2 + b^2}{2}$ D) $\frac{a^2 + b^2}{3}$
E) $\frac{a^2 + b^2}{4}$

Tronco de cono

228. Indique el valor de verdad de cada proposición:

- I. El sólido determinado por un tronco de cono de revolución es un conjunto convexo.
- II. Ninguna unión de dos troncos de cono de revolución es un cono de revolución.
- III. Las bases de un tronco de cono de revolución, de bases paralelas, son semejantes.

- A) FFF B) FVF C) VFF
D) VVV E) VFV

229. En un cono circular recto, el radio de la circunferencia de la base mide 10 u, un plano paralelo a la base y secante al cono determina un tronco de cono cuya altura mide 12 u. Si el volumen del sólido determinado por el tronco de cono es $700\pi u^3$, entonces el volumen (en u^3) del sólido determinado por el cono es

- A) 750π B) 812π C) 780π
D) 800π E) 815π

230. El desarrollo de la superficie lateral de un tronco de cono de revolución, es un trapecio circular de ángulo central con medida 60 y longitudes de los arcos $6\pi u$ y $12\pi u$. ¿Cuál es la longitud (en u), de la altura del tronco de cono?

- A) $\sqrt{35}$ B) $2\sqrt{35}$ C) $3\sqrt{35}$
D) $2\sqrt{37}$ E) $3\sqrt{37}$

231. El desarrollo de la superficie lateral de un tronco de cono de revolución es un trapecio circular de área $30\pi u^2$. Si la altura y la generatriz del tronco miden 3 u y 5 u, entonces el volumen (en u^3) del sólido determinado por el tronco de cono es

- A) 30π B) 31π C) 32π
D) 33π E) 36π

232. En un tronco de cono de revolución, los radios de las circunferencias de las bases miden a y b ($a > b$). Se traza un plano paralelo a las bases determinando dos sólidos equivalentes. Calcule la longitud del radio de la sección determinada del tronco de cono.

- A) $\sqrt[3]{\frac{a^3 + b^3}{5}}$ B) $\sqrt[3]{\frac{a^3 + b^3}{4}}$
 C) $\sqrt[3]{\frac{a^3 + b^3}{2}}$ D) $\sqrt[3]{\frac{a^3 + b^3}{3}}$
 E) $\sqrt[3]{a^3 + b^3}$

233. En un tronco de cilindro de revolución, el radio de la circunferencia de centro O de la base mide R, las longitudes de las generatrices mayor y menor son 3R y R respectivamente. Se inscribe un cono cuyo vértice es el O y tiene por base a la base mayor del tronco de cilindro. Calcule el volumen del sólido determinado por el cono.

- A) $\frac{2}{3}\pi R^3$ B) $\frac{\pi R^3}{3}$ C) $\frac{\pi R^3}{4}$
 D) $\frac{\pi R^3}{5}$ E) $\frac{\pi R^3}{6}$

234. En un tronco de cono de revolución, los radios de las circunferencias de las bases miden R y r, la suma de las áreas de las bases es igual al área lateral del tronco de cono. Calcule la longitud de la altura del tronco de cono.

- A) $\frac{Rr}{R+r}$ B) $\frac{2Rr}{R+r}$ C) $\frac{3Rr}{R+r}$
 D) $\frac{4Rr}{R+r}$ E) $\frac{5Rr}{R+r}$

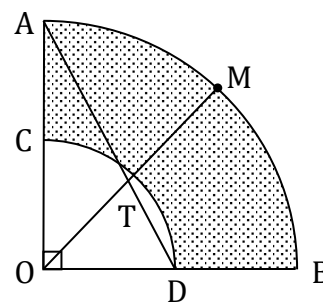
235. En un tronco de cono de revolución los diámetros $\overline{AB}$ y $\overline{CD}$ de las circunferencias de las bases del tronco de cono miden 3 cm y 6 cm tal que $\overline{AD} \cap \overline{BC} = \{T\}$. Calcule la razón de los volúmenes de los sólidos determinados por un plano paralelo a las bases y que contienen al punto T.

- A) $\frac{5}{31}$ B) $\frac{7}{19}$ C) $\frac{20}{119}$
 D) $\frac{37}{152}$ E) $\frac{40}{161}$

236. Un cono de revolución determina un sólido de volumen V, se traza un plano paralelo a la base que divide a la altura del cono en el punto medio. Calcule el volumen del sólido determinado por el tronco de cono de revolución.

- A) $\frac{7}{8}V$ B) $\frac{6}{7}V$ C) $\frac{5}{6}V$
 D) $\frac{4}{5}V$ E) $\frac{3}{4}V$

237. La figura muestra el desarrollo de la superficie lateral de un tronco de cono de revolución. Si $AT = 20$ u, $TD = 15$ u y $m \angle AMB = 90^\circ$, entonces la suma de las longitudes (en u) de los radios de las circunferencias de las bases del tronco de cono es



- A) $\frac{49}{4}$ B) $\frac{53}{4}$ C) $\frac{57}{4}$
 D) $\frac{59}{4}$ E) $\frac{67}{4}$

238. En un tronco de cono de revolución, una generatriz determina con la base mayor un ángulo que mide 60° , y es perpendicular a la diagonal de la sección axial que la contiene. Si la generatriz del tronco de cono mide g , entonces el área lateral del tronco de cono es

- A) $\frac{3\pi g^2}{2}$ B) $\frac{5\pi g^2}{3}$ C) $\frac{6\pi g^2}{5}$
D) $\frac{7\pi g^2}{4}$ E) $\frac{8\pi g^2}{5}$

239. El desarrollo de la superficie lateral de un tronco de cono circular recto es un trapecio circular de área $30\pi \text{ cm}^2$. Si la altura y la generatriz miden 3 cm y 5 cm , entonces el volumen (en cm^3) del sólido determinado por el tronco de cono es

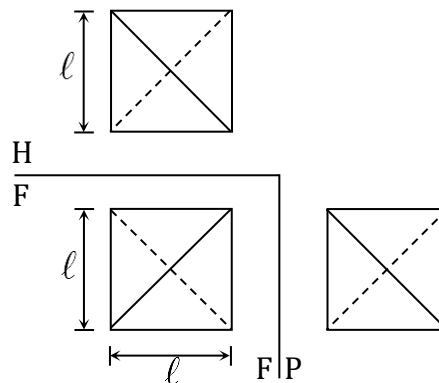
- A) 30π B) 31π C) 32π
D) 33π E) 40π

240. En un tronco de cono circular recto, los volúmenes de los sólidos determinados por los cilindros que tienen por bases y generatriz a las del tronco de cono son iguales a V_1 y V_2 . ¿Cuál es el volumen del sólido determinado por el tronco de cono?

- A) $\frac{1}{3} (V_1 + \sqrt{V_1 V_2} + V_2)$
B) $\frac{V_1 V_2}{V_1 + V_2}$
C) $\frac{1}{3} (V_1 + V_2)$
D) $\frac{1}{3} (V_1 - \sqrt{V_1 V_2} + V_2)$
E) $\frac{1}{3} \sqrt{V_1 V_2}$

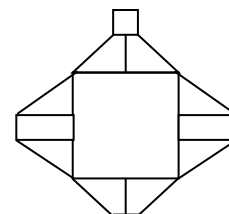
Análisis de sólidos

241. En la figura se muestran la vista horizontal, frontal y de perfil de un poliedro. ¿Cuántas aristas tiene el poliedro?



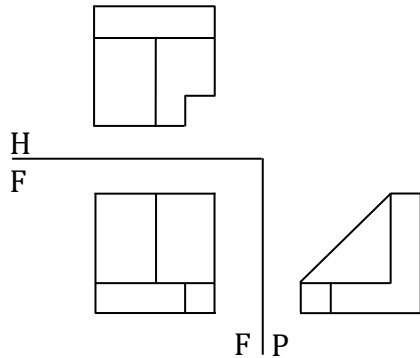
- A) 6 B) 7 C) 8
D) 10 E) 12

242. Determinar el sólido que corresponde el despliegue que se muestra.



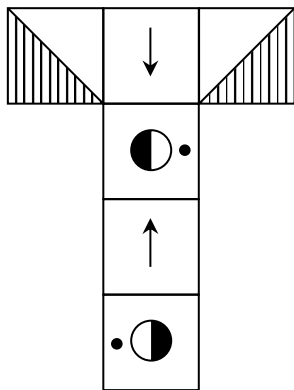
- A) B)
C) D)
E)

243. En la figura se muestran la vista horizontal, frontal y de perfil de un poliedro. ¿Cuántas caras tiene el poliedro?



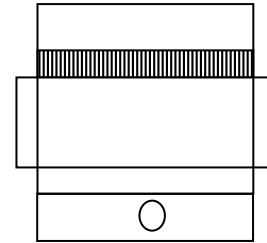
- A) 10 B) 11 C) 12
D) 14 E) 16

244. Del siguiente desarrollo de un hexaedro regular seleccione la alternativa correspondiente.



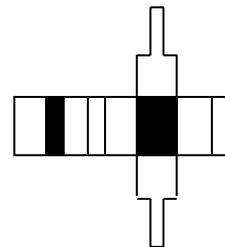
- A) B)
C) D)
E)

245. La figura muestra el desarrollo de la superficie de una caja. Indique la alternativa que corresponde a dicho desarrollo.



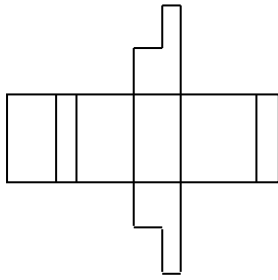
- A) B)
C) D)
E)

246. Determina el sólido que corresponde al despliegue que se muestra.



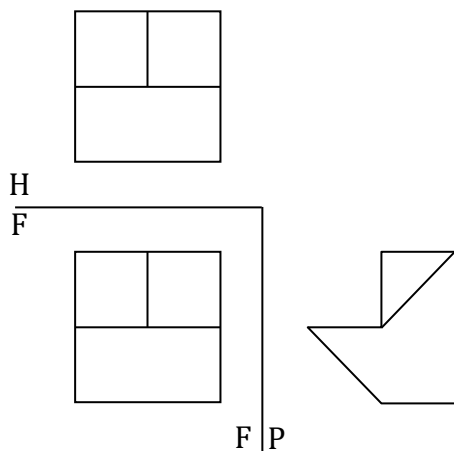
- A) B)
C) D)
E)

247. Determine el sólido que corresponde al despliegue que se muestra.



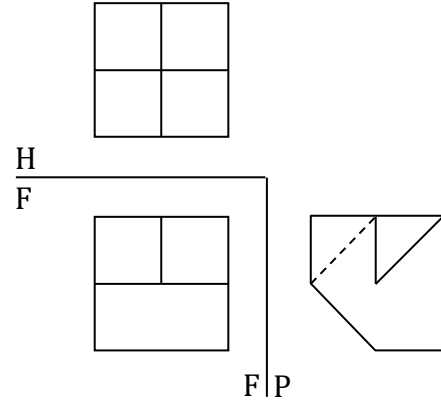
- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

248. En la figura se muestran la vista horizontal, frontal y de perfil de un sólido determinado por un poliedro. ¿Cuántas caras tiene el poliedro?



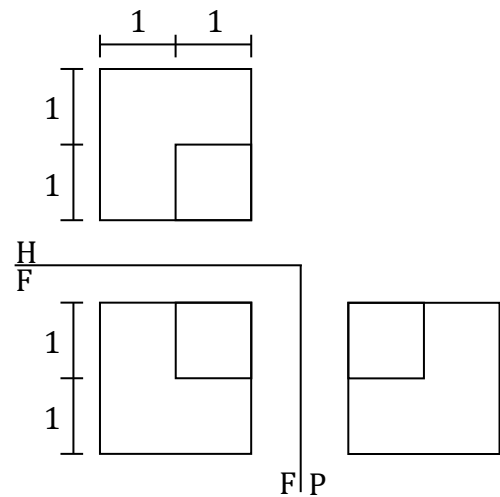
- A) 8 B) 9 C) 10
D) 11 E) 12

249. En la figura se muestran la vista horizontal, frontal y de perfil de un sólido determinado por un poliedro. ¿Cuántas aristas tiene el poliedro?



- A) 22 B) 23 C) 24
D) 25 E) 26

250. Calcule el volumen (en u^3) del sólido cuyas vistas se muestran a continuación.



- A) 5 B) 6 C) 7
D) 8 E) 9

Superficie esférica

251. Indique el valor de verdad de cada proposición:

- I. La superficie generada por la rotación de un segmento alrededor de un eje coplanar es una superficie cilíndrica.
- II. Si tres segmentos congruentes giran alrededor de un eje coplanar, las superficies determinadas tienen igual área.
- III. Dos segmentos de diferentes longitudes pueden generar, al girar alrededor de un eje coplanar, superficies de igual área.

- A) VFV B) FVF C) FFV
D) VVV E) FFF

252. Indique el valor de verdad de cada proposición:

- I. El área de la superficie de una zona esférica o un casquete esférico es igual al producto de las longitudes de la circunferencia máxima correspondiente a la superficie esférica y la altura de la zona o del casquete.
- II. El área del huso esférico correspondiente a una superficie esférica, solo depende de la longitud del radio de la superficie esférica.
- III. Si un arco de circunferencia determinado por un ángulo central que mide 90, gira una vuelta alrededor de un eje que contiene a un lado de dicho ángulo central, entonces se genera una superficie semiesférica.

- A) VVF B) VVV C) VFF
D) VFV E) FVV

253. Al trazar un plano perpendicular al radio de una superficie esférica de radio R , se determina dos casquetes tal que la diferencia de sus áreas es igual al área de la sección determinada en el plano. Calcule la altura del menor casquete esférico.

- A) $\frac{R(3-5)}{2}$ B) $\frac{R(4-\sqrt{5})}{2}$
C) $R(3-\sqrt{5})$ D) $R(4-\sqrt{5})$
E) $R(5-\sqrt{5})$

254. En una superficie esférica, el área de un huso esférico es la quinta parte del área de la superficie esférica. ¿Cuánto mide el diedro correspondiente al huso esférico?

- A) 30 B) 45 C) 60
D) 70 E) 72

255. En una superficie esférica, dos semicírculos máximos de diámetro común determinan un diedro que mide 60 y un huso esférico. Calcule la razón de áreas de la mayor superficie esférica tangente interior a la superficie esférica y a los semicírculos, y el huso esférico determinado.

- A) $\frac{6}{7}$ B) $\frac{5}{6}$ C) $\frac{4}{5}$
D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{2}{3}$

256. En una superficie esférica se traza dos planos que trisecan perpendicularmente a un radio. Calcule la razón entre las áreas de la superficie esférica y la zona esférica determinada.

- A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6

257. Se tiene un hexaedro regular inscrito en una superficie esférica. El plano que contiene a una de las caras determina dos casquetes esféricos. Si la arista del hexaedro mide $2u$, entonces el área (en u^2) del menor casquete esférico determinado es

- A) $2\pi(3 - \sqrt{3})$ B) $3\pi(2 - \sqrt{2})$
C) $3\pi(3 - \sqrt{2})$ D) $\pi(6 - \sqrt{3})$
E) $3\pi(3 - \sqrt{6})$

258. En una superficie esférica, una zona esférica y un huso esférico son equivalentes tal que el diámetro del huso contiene a la altura de la zona esférica que mide h . ¿Cuál es el área de la intersección de la zona esférica y el huso esférico?

- A) $\frac{\pi h^2}{2}$ B) $\frac{\pi h^2}{4}$ C) $\frac{\pi h^2}{6}$
D) $\frac{\pi h^2}{3}$ E) πh^2

259. En un cono circular recto la generatriz y el diámetro de la circunferencia de la base son congruentes. Si el área del menor casquete esférico determinado por la superficie lateral del cono en una superficie esférica inscrita en el cono es igual a S , entonces el área del casquete mayor es

- A) $2S$ B) $\frac{3}{2}S$ C) $\frac{5}{2}S$
D) $3S$ E) $4S$

260. En un cono de revolución cuya altura y generatriz miden 9 m y 15 m , está inscrito una superficie esférica. Calcule (en m^2) el área del menor casquete determinado en la superficie esférica por la superficie lateral del cono.

- A) $5,4\pi$ B) 6π C) $6,4\pi$
D) $6,8\pi$ E) $7,2\pi$

261. Una superficie esférica de radio igual a $(\sqrt{5} + 2)u$, se interseca con un plano de modo que la diferencia de las áreas de los casquetes resultantes es igual área de la sección plana determinada. Calcule la distancia (en u) del centro de la superficie esférica al plano.

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

262. Se tiene un pentágono regular ABCDE inscrito en una circunferencia y una recta L que contiene al vértice A y al centro de la circunferencia. Si el radio de la circunferencia mide $2u$ y la poligonal ABC gira alrededor de L , entonces el área (en u^2) de la superficie generada por la poligonal ABC es

- A) $2\pi(\sqrt{5} + 5)$ B) $3\pi(\sqrt{5} + 5)$
C) $\pi(3\sqrt{5} + 2)$ D) $\pi(3\sqrt{5} + 5)$
E) $\pi(2\sqrt{5} + 5)$

263. Desde un punto P exterior a una superficie esférica, se trazan todas las rectas tangentes a dicha superficie, determinándose un cono circular recto cuya generatriz es congruente con el diámetro de la circunferencia de su base. Si el volumen del sólido determinado por el cono es $81\pi u^3$, entonces el área (en u^2) del menor casquete esférico determinado es

- A) 28π B) 30π C) 32π
D) 36π E) 42π

Esfera

264. Indique el valor de verdad de cada proposición:

- I. Todos los segmentos esféricos son conjuntos convexos.
- II. Todo plano secante a una esfera determina una región circular.
- III. alguna intersección de dos segmentos esféricos es otro segmento esférico.

- A) FFF B) FVF C) VFF
D) VFF E) VVV

265. En una esfera de radio R , se inscribe un cilindro de revolución con radio r en su base. Si $3R = 5r$ y el volumen del cilindro de revolución es $27 u^3$, entonces el volumen (en u^3) de la esfera es

- A) $\frac{135}{2}$ B) $\frac{125}{3}$ C) $\frac{135}{3}$
D) $\frac{145}{2}$ E) $\frac{125}{2}$

266. Si la razón entre el volumen de un cono de revolución y de la esfera inscrita en dicho cono es V . Calcule la razón entre el área de la superficie total del cono y el área de la superficie esférica.

- A) $\frac{V}{2}$ B) $\frac{V}{3}$ C) $\frac{2V}{3}$
D) V E) $\frac{3V}{2}$

267. Se tiene un prisma triangular regular, se inscribe una cuña esférica tal que los semicírculos máximos están contenidos en dos caras laterales y una arista coincide con el diámetro. Si el volumen de la cuña esférica es $18\pi\sqrt{3} u^3$, entonces la longitud (en u) de la arista básica es

- A) 4 B) 6 C) $2\sqrt{3}$
D) $4\sqrt{2}$ E) 8

268. En un cono circular recto, una generatriz es congruente con el diámetro de la circunferencia de la base y el volumen del sólido que determina el cono es $24\pi u^3$. Calcule el volumen (en u^3) de la esfera inscrita al cono.

- A) 18π B) 24π C) $\frac{32\pi}{3}$
D) $\frac{28\pi}{3}$ E) $\frac{42\pi}{5}$

269. En una semicircunferencia de diámetro $\overline{AB}$ y centro O , se ubican los puntos C y D (C entre A y D) tal que $m\angle COD = 90^\circ$. Si la razón de los volúmenes de los sólidos generados por los sectores circulares AOC y BOD al girar una vuelta alrededor de $\overline{AB}$ es de 2 a 1, entonces la medida del arco AC es

- A) 30 B) 37 C) 45
D) 53 E) 60

270. Calcule el volumen de la esfera inscrita en un octaedro regular de longitud de arista a .

- A) $\frac{\pi\sqrt{6}}{9}a^3$ B) $\frac{\pi\sqrt{3}}{9}a^3$
C) $\frac{\pi\sqrt{6}}{27}a^3$ D) $\frac{\pi\sqrt{3}}{4}a^3$
E) $\frac{\pi\sqrt{3}}{2}a^3$

271. En una superficie esférica está inscrito un tronco de cono de revolución el cual es inscrito a una esfera. Si los radios de las bases del tronco de cono miden 4 u y 2 u, entonces el volumen (en u^3) del segmento esférico de dos bases determinado es

A) $\frac{184\sqrt{2}\pi}{3}$

B) $\frac{184\sqrt{3} \pi}{3}$

c) $\frac{184\sqrt{5}\pi}{3}$

D) $\frac{184\sqrt{7} \pi}{3}$

E) $\frac{184\sqrt{11}\pi}{3}$

272. Calcule (en u^3) el volumen de un sector esférico correspondiente a una esfera de longitud de radio 8 u y cuya área de la superficie esférica del sector esférico $24\pi u^2$.

A) 12π

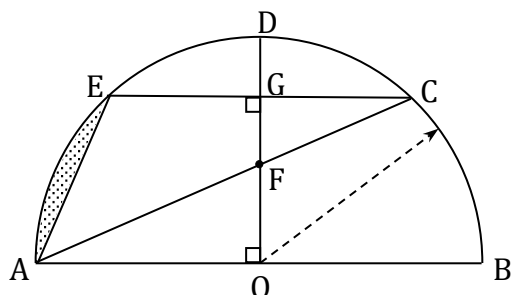
B) 24π

C) 36π

D) 48π

E) 64π

273. Según el gráfico, $AF = 4$ u y $FC = 2$ u, entonces el volumen del sólido generado por el segmento circular AE al girar una vuelta alrededor de $\overleftrightarrow{AB}$ es



A) $\pi\sqrt{3}$

B) $2\pi\sqrt{3}$

C) $2,5\pi\sqrt{3}$

D) $3\pi\sqrt{3}$

E) $3,5\pi\sqrt{3}$

274. En una circunferencia de longitud de radio R , dos cuerdas no congruentes son paralelas, tal que los arcos comprendidos entre las cuerdas miden 90° . Si los volúmenes de los anillos esféricos determinados por los menores segmentos circulares determinados por las cuerdas al girar una vuelta alrededor de un eje paralelo a las cuerdas y que contiene al centro, son V_1 y V_2 , entonces el volumen de la esfera determinada es

A) $\frac{V_1 + V_2}{2}$

B) $\frac{V_1 V_2}{V_1 + V_2}$

c) $\sqrt{v_1^2 + v_2^2}$

D) $\sqrt{V_1 V_2}$

$$\text{E)} \quad \left(\sqrt[3]{V_1^2} + \sqrt[3]{V_2^2} \right)^{\frac{3}{2}}$$

275. En un segmento esférico cuya altura mide h , se traza un plano equidistante de las bases determinando una sección cuyo radio de la circunferencia determinada mide a . Calcule el volumen del segmento esférico.

$$A) \frac{\pi h}{6} (12a^2 - h^2)$$

$$\text{B) } \frac{\pi h}{12} (12a^2 - h^2)$$

c) $\frac{\pi h}{8}(8a^2 - h^2)$

$$\text{D) } \frac{\pi h}{9} (a^2 - h^2)$$

$$\text{E)} \quad \frac{\pi h}{10} \left(a^2 - \frac{h^2}{2} \right)$$

Teorema de Pappus

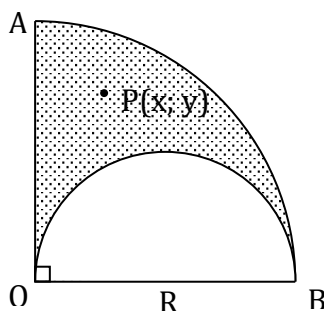
276. Un sector circular AOB tiene por longitud de radio R u y ángulo central que mide 90° . ¿Cuál es el volumen (en u^3) del sólido generado por la región limitada por el cuadrante AOB al girar una vuelta alrededor de la recta tangente al arco $\widehat{AB}$ y paralela a $\widehat{AB}$? (Considere $\pi = 3,14$)

- A) $2,24 R^3$ B) $1,97 R^3$
C) $1,86 R^3$ D) $1,69 R^3$
E) $1,64 R^3$

277. Una región triangular equilátera cuyo lado mide L gira una vuelta completa alrededor de un eje perpendicular a un lado en el vértice. Calcule el volumen del sólido generado por la región triangular.

- A) $\frac{\pi L^3 \sqrt{3}}{5}$ B) $\frac{\pi L^3 \sqrt{3}}{4}$
C) $\frac{\pi L^3 \sqrt{3}}{2}$ D) $\pi L^3 \sqrt{3}$
E) $\pi L^3 \sqrt{5}$

278. En la figura O es el centro del arco $\widehat{AB}$ y $\overline{OB}$ es diámetro, P es el centro de gravedad de la región sombreada. Calcule el valor de x/y .



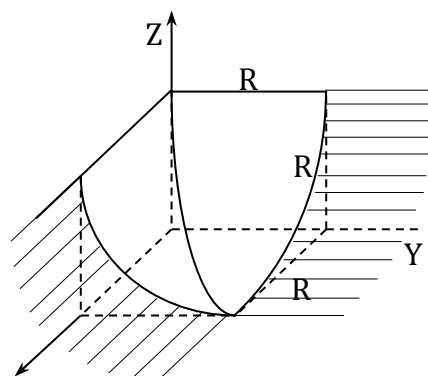
- A) $\frac{16 - \pi}{12}$ B) $\frac{16 - 3\pi}{12}$
C) $\frac{16 - 5\pi}{12}$ D) $\frac{16 - 4\pi}{12}$
E) $\frac{16 - 2\pi}{12}$

279. Indique el valor de verdad de cada proposición:

- El postulado de Cavalieri se puede aplicar a regiones poligonales.
- Si dos sólidos están comprendidos entre dos planos paralelos, y las secciones transversales determinados por un plano paralelo a dichos planos son equivalentes, entonces los sólidos son equivalentes.
- Si las bases de dos sólidos son coplanares y equivalentes, entonces las secciones transversales determinadas al trazar un plano paralelo a las bases son equivalentes.

- A) FFF B) FVF C) FVV
D) VVF E) VVV

280. En el gráfico se muestra una techina de unión de zócalos. Calcule el volumen de la techina.





A) $\frac{1}{8}R^3$

B) $\frac{1}{6}R^3$

C) $\frac{1}{5}R^3$

D) $\frac{1}{4}R^3$

E) $\frac{1}{3}R^3$

281. En una circunferencia de centro O y longitud de radio R, un arco $\widehat{AB}$ mide 30. Calcule la distancia del centroide del arco $\widehat{AB}$ a la recta coplanar L que es perpendicular a OA en O.

A) $\frac{R}{\pi}$

B) $\frac{3R}{\pi}$

C) $\frac{2R}{\pi}$

D) $\frac{4R}{\pi}$

E) $\frac{3R}{2\pi}$

282. Dos circunferencias concéntricas de centro O, tienen por longitud de radio R y 2R, y determinan una corona circular. Calcule el volumen del sólido que se genera al girar la corona circular una vuelta alrededor de un eje coplanar, distante 3R de O.

A) $12\pi^2R^3$

B) $14\pi^2R^3$

C) $16\pi^2R^3$

D) $18\pi^2R^3$

E) $20\pi^2R^3$

283. Un rectángulo ABCD gira alrededor de la recta L que contiene al vértice D y es paralela a $\overline{AC}$. Si los lados del rectángulo miden a y b, entonces el volumen del sólido generado por la región rectangular es

A) $\frac{2\pi ab}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

B) $\frac{2\pi a^2}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

C) $\frac{2\pi b^2}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

D) $\frac{2\pi a^2 b^2}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

E) $\frac{\pi a^2 b^2}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

284. El perímetro de una región triangular equilátera ABC es $30\sqrt{3}u$, una recta L que sólo interseca al triángulo en el vértice C, determina con el lado $\overline{AC}$ un ángulo que mide 7°. Calcule el volumen aproximado (en u^3) del sólido generado por la región triangular al girar una vuelta alrededor de la recta L.

A) $540\sqrt{3}\pi$

B) $840\sqrt{3}\pi$

C) $800\sqrt{3}\pi$

D) $600\sqrt{3}\pi$

E) $900\sqrt{3}\pi$

285. Se tiene un cuadrado ABCD cuyo lado mide 6u. Con centros en D y A se trazan los arcos $\widehat{AC}$ y $\widehat{BD}$ que se intersecan en el punto F. ¿Cuál es el volumen (en u^3) del sólido generado por la región limitada por el arco $\widehat{AF}$, el arco $\widehat{FD}$ y $\overline{AD}$ al girar una vuelta alrededor de la recta que contiene a $\overline{CD}$? (Considere $\pi = 3,14$)

A) 742,48

B) 736,44

C) 784,54

D) 416,36

E) 762,64

286. Se tiene un cuadrilátero ABCD inscrito en una circunferencia cuyo radio mide R, tal que $AD = 2R$ y el arco $\widehat{BC}$ mide 120°. Si el cuadrilátero gira alrededor de la recta $\overline{BC}$, entonces el área de la superficie generada por el lado $\overline{AD}$ es

- A) $2\pi R^2$ B) $\frac{2}{3}\pi R^2$ C) $\frac{3}{2}\pi R^2$
D) $\frac{1}{3}\pi R^2$ E) $\frac{5}{3}\pi R^2$

287. Se tiene una región cuadrada ABCD cuyo lado mide $10\sqrt{2}$ u y una recta L que solo contiene al vértice A, determina con el lado $\overline{AD}$ un ángulo que mide 8. Calcule el volumen (en u^3) del sólido generado por la región cuadrada ABCD al girar una vuelta alrededor de la recta L.

- A) 3200π B) 3300π C) 3400π
D) 3500π E) 3600π

288. En un hexágono regular ABCDEF, el perímetro es igual 18 u, con centros en los puntos B y E se trazan los arcos $\widehat{AC}$ y $\widehat{DF}$. Calcule la suma de las áreas (en u^2) de las superficies generadas por los arcos $\widehat{AC}$ y $\widehat{DF}$ al girar una vuelta alrededor de la recta $\overleftrightarrow{AF}$.

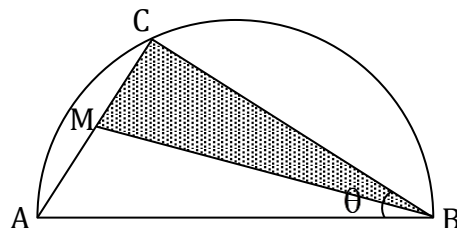
- A) $12\sqrt{3}\pi^2$ B) $15\sqrt{3}\pi^2$
C) $9\sqrt{3}\pi^2$ D) $16\sqrt{3}\pi^2$
E) $12\sqrt{6}\pi^2$

289. Se tiene un hexágono regular ABCDEF cuyo lado mide 4 u y una recta L que solo contiene al vértice F y determina con el lado $\overline{EF}$ un ángulo que mide 15. Calcule el área (en u^2) de la superficie generada por el triángulo BFD al girar una vuelta alrededor de la recta L.

- A) $24\pi(3\sqrt{2} + \sqrt{6})$
B) $12\pi(2\sqrt{2} + \sqrt{3})$
C) $24\pi(\sqrt{2} + \sqrt{6})$

- D) $24\pi(\sqrt{3} + \sqrt{6})$
E) $16\pi(\sqrt{2} + \sqrt{6})$

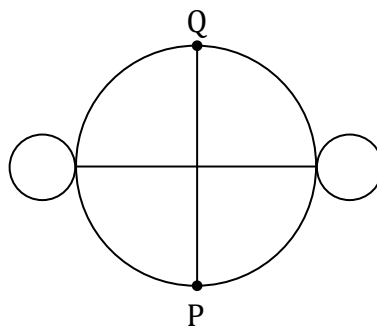
290. En la figura, $\overline{AB}$ es diámetro, $AM = MC$ y $AB = 2R$. Calcule el volumen del sólido que genera la región triangular BMC al girar una vuelta alrededor de la recta $\overleftrightarrow{AB}$.



- A) $\pi R^3 \sin^2(\theta)$ B) $\pi R^2 \sin^2(2\theta)$
C) $\frac{\pi R^2 \sin^2(2\theta)}{2}$ D) $\frac{\pi R^3 \sin^2(2\theta)}{2}$
E) $\frac{\pi R^3 \sin^2(\theta)}{3}$

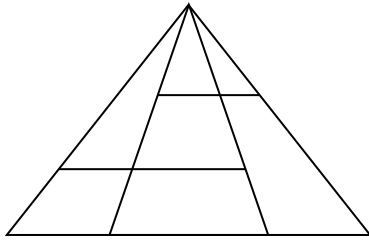
Conteo de figuras geométricas

291. En la figura mostrada, P es el punto de partida y Q es el punto de llegada. ¿Cuántas rutas diferentes existen para ir desde P hasta Q, sin repetir el mismo tramo ni el punto P?



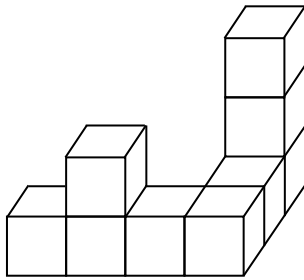
- A) 30 B) 33 C) 35
D) 37 E) 41

292. En la figura mostrada, calcule el número de triángulos.



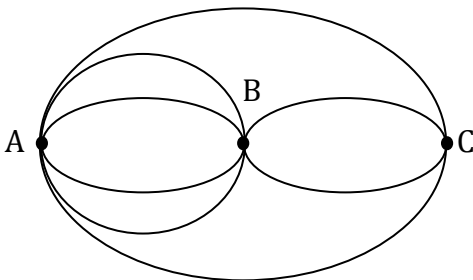
- A) 10 B) 12 C) 14
D) 16 E) 18

293. En la figura se muestra 9 cubos. Calcule el número de cubos que falta para formar un nuevo cubo.



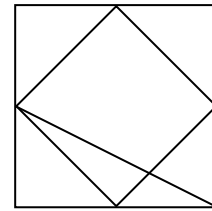
- A) 49 B) 52 C) 55
D) 64 E) 72

294. En la figura mostrada se tienen los puntos A, B y C. ¿De cuántas maneras diferentes se realiza un viaje de ida y vuelta partiendo en A y llegando a C, sin volver a recorrer ningún tramo de ida?



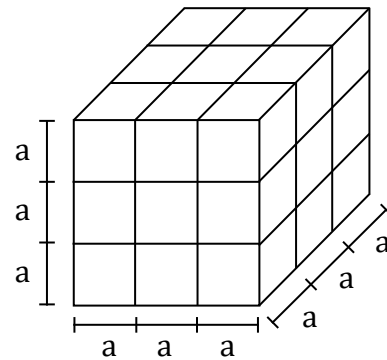
- A) 48 B) 50 C) 52
D) 54 E) 58

295. En la figura mostrada, calcule el número de cuadriláteros.



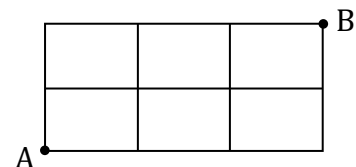
- A) 6 B) 7 C) 9
D) 11 E) 12

296. En la figura mostrada, calcule el número de cubos.



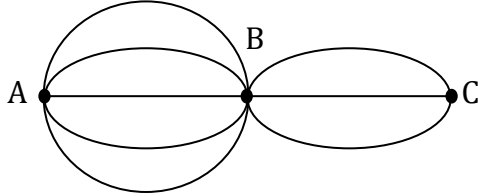
- A) 27 B) 30 C) 33
D) 36 E) 39

297. En el recuadro mostrado, A es el punto de partida y B es el punto de llegada. ¿Cuántas rutas diferentes se pueden elegir para ir de A hacia B?



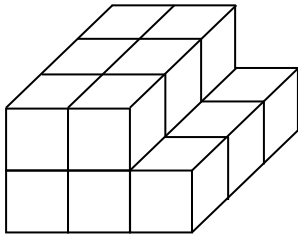
- A) 10 B) 12 C) 13
D) 15 E) 20

298. En la figura, A, B y C son ciudades. ¿De cuántas maneras se puede viajar de la ciudad A a la ciudad C pasando por la ciudad B?



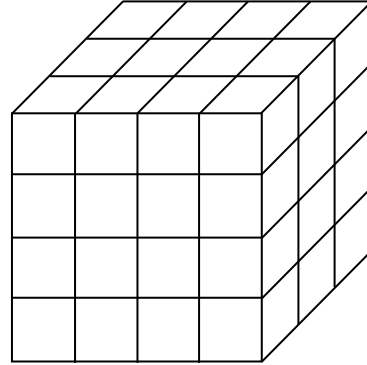
- A) 10 B) 12 C) 15
D) 18 E) 21

299. La figura mostrada está determinado por cubos. Calcule el número de cubos.



- A) 12 B) 13 C) 15
D) 16 E) 18

300. La figura mostrada es un paralelepípedo recto. Calcule el número de paralelepípedos rectos de dimensiones menores.



- A) 400 B) 450 C) 500
D) 550 E) 600